

## АЛГОРИТМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ КОНТАКТОВ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ СТЫКОВКИ И ПРИЧАЛИВАНИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

© 2018 г. Яскевич А.В.

Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С.П. Королёва (РКК «Энергия»)  
Ул. Ленина, 4А, г. Королёв, Московская обл., Российская Федерация, 141070, e-mail: post@rsce.ru

*Стыковка или причаливание космических аппаратов реализуется с использованием активного и пассивного агрегатов, направляющие поверхности которых обеспечивают уменьшение их относительных боковых и угловых рассогласований в процессе сближения. Сложные формы этих поверхностей уменьшают число степеней свободы и объем относительного движения в процессе сближения соединяемых агрегатов. Эти поверхности не являются произвольными и представляют собой наборы геометрических элементов, которые описываются уравнениями от первого до четвертого порядка. Эта особенность учтена при разработке способов описания поверхностей и в алгоритмах определения параметров их контакта. Элементы поверхностей представляются единичными геометрическими примитивами или их упорядоченными множествами. Для каждой пары примитивов разработан алгоритм оценки возможности контакта и расчета его параметров на основе простых аналитических выражений. Элемент поверхности в виде усеченного конуса, цилиндра, тора или их фрагментов представляется упорядоченным множеством геометрических примитивов более низкого порядка, а для определения возможности контакта применяется алгоритм дихотомии, на каждой итерации которого используются аналитические решения. Все вышеупомянутое обеспечивает моделирование процессов стыковки и причаливания в реальном времени.*

**Ключевые слова:** космический аппарат, стыковка, причаливание, контактное взаимодействие, параметры контакта.

## ALGORITHMS FOR CONTACT PARAMETERS DETERMINATION DURING MATH SIMULATION OF SPACECRAFT DOCKING AND BERTHING

Yaskevich A.V.

S.P. Korolev Rocket and Space Public Corporation Energia (RSC Energia)  
4A Lenin str., Korolev, Moscow region, 141070, Russian Federation, e-mail: post@rsce.ru

*Spacecraft docking and berthing are realized using active and passive docking units, whose guiding surfaces provide decreasing of relative lateral and angular misalignments during approach. Complex shapes of these surfaces decrease the number of degrees of freedom and a relative motion volume of joining units during approach. These surfaces are not arbitrary, they are presented as a combination of geometrical elements described by first up to fourth order equations. This feature is taken into account when developing methods for describing surfaces and algorithms for calculation of contact parameters. Elements of guiding surfaces are presented by geometrical primitives or theirs ordered sets. An algorithm for contact possibility estimation and for calculation of contact parameters is developed for each pair of such primitives on the base of simple analytical formulas. Such surface*

*elements as a truncated cone, cylinder, torus or theirs fragment are presented by ordered sets of geometrical primitives of a lower order, and a dichotomy algorithm, with these analytical formulas at each iteration step, is used for theirs contact possibility estimation. All above mentioned provide a real time simulation of docking and berthing.*

**Key words:** *spacecraft, docking, berthing, contact interaction, contact parameters.*



**ЯСКЕВИЧ А.В.**

ЯСКЕВИЧ Андрей Владимирович — кандидат технических наук, начальник отдела РКК «Энергия», e-mail: [andrey.yaskevich@rsce.ru](mailto:andrey.yaskevich@rsce.ru)  
 YASKEVICH Andrey Vladimirovich — Candidate of Science (Engineering), Head of Department at RSC Energia, e-mail: [andrey.yaskevich@rsce.ru](mailto:andrey.yaskevich@rsce.ru)

### Описание геометрии направляющих поверхностей стыковочных агрегатов

Активный и пассивный стыковочные агрегаты (СтА) могут иметь одну или несколько согласованных пар направляющих поверхностей, обеспечивающих их взаимное выравнивание (рис. 1). Сложные формы этих поверхностей уменьшают число степеней свободы и объем относительного движения в процессе сближения соединяемых агрегатов. Эти поверхности не являются произвольными и представляют собой наборы геометрических элементов, которые описываются уравнениями от первого до четвертого порядка. По этой причине в данной работе не рассматриваются алгоритмы анализа контакта произвольных поверхностей [1–5].

Разработка математических моделей контактного взаимодействия СтА основана на следующих основных положениях.

1. Каждая область отдельного контакта представляется одной точкой. Число таких точек контакта (ТК) может быть произвольным, но конечным.

2. Направляющие поверхности могут состоять из произвольного, но конечного числа элементов.

3. Элемент контактирующей поверхности ограничивает некоторый частично или полностью замкнутый объем. Для него характерны определенная форма и границы, например, усеченный конус, цилиндр, кольцо, сфера. Элементы контактирующих поверхностей могут относиться к активным или пассивным СтА, далее для краткости — могут быть активными или

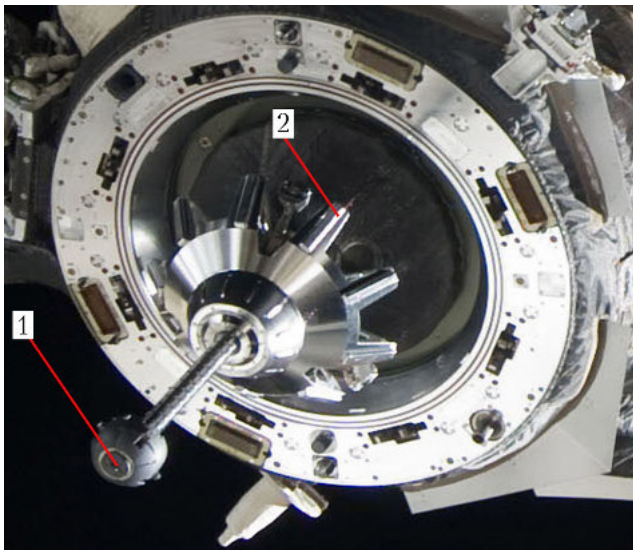
пассивными. Последние имеют постоянные параметры в системе координат (СК) пассивного агрегата.

4. Два контактирующих элемента активной и пассивной направляющих поверхностей описываются парой или множеством однотипных пар геометрических примитивов, каждый из которых является границей соответствующей поверхности. Для определения контактного внедрения каждой пары геометрических примитивов существует простое аналитическое решение. Множество однотипных примитивов может аппроксимировать более сложную направляющую поверхность и обеспечить более эффективное определение наличия контакта и его параметров на основе использования итерационного метода дихотомии вместо решения трансцендентных уравнений.

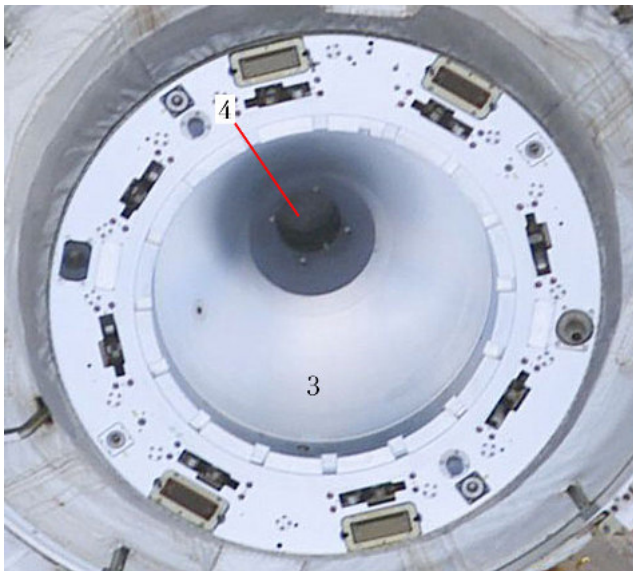
5. Каждое аналитическое решение получается для проектного допустимого диапазона рассогласований сборочных агрегатов. При нарушении этих условий возможна некорректная работа алгоритмов, поэтому моделирование завершается.

Анализ конструкции СтА (рис. 1) позволяет выделить следующие геометрические элементы их направляющих поверхностей:

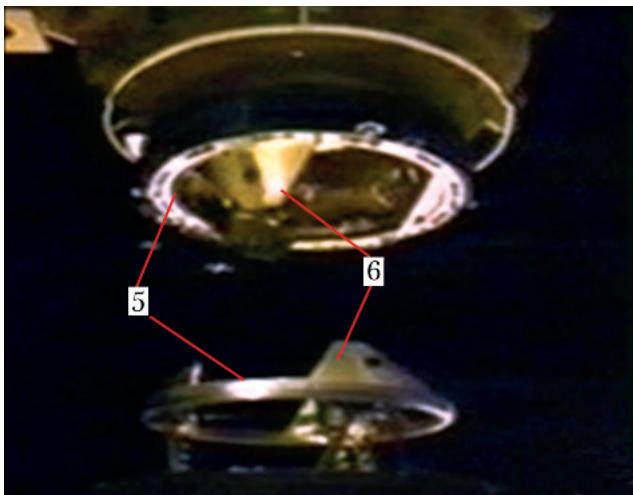
- сфера;
- фрагмент плоскости, ограниченный отрезками или окружностями;
- усеченный конус;
- цилиндр;
- грань-отрезок прямой;
- грань-окружность;
- тор.



а)



б)



в)

**Рис. 1. Элементы направляющих поверхностей стыковочных агрегатов:** а, б — активный и пассивный агрегаты типа «четыре-конус»; в — активный и пассивный периферийные агрегаты; 1 — головка захвата; 2 — ограничитель угловых движений; 3 — приемный конус; 4 — приемное гнездо; 5 — стыковочное кольцо; 6 — направляющие выступы

Все направляющие поверхности пассивного СтА имеют постоянные параметры в его СК  $X_p Y_p Z_p$ , в которой определяются все параметры контакта. Сближение агрегатов соответствует положительному направлению оси  $X_p$ . СтА могут иметь несколько направляющих поверхностей. В этом случае локальные СК каждой из них параллельны осям СК  $X_p Y_p Z_p$  (для активных СтА — при нулевых угловых рассогласованиях), параметры контакта для каждой пары элементов вычисляются в локальной СК пассивной поверхности и преобразуются в СК  $X_p Y_p Z_p$ .

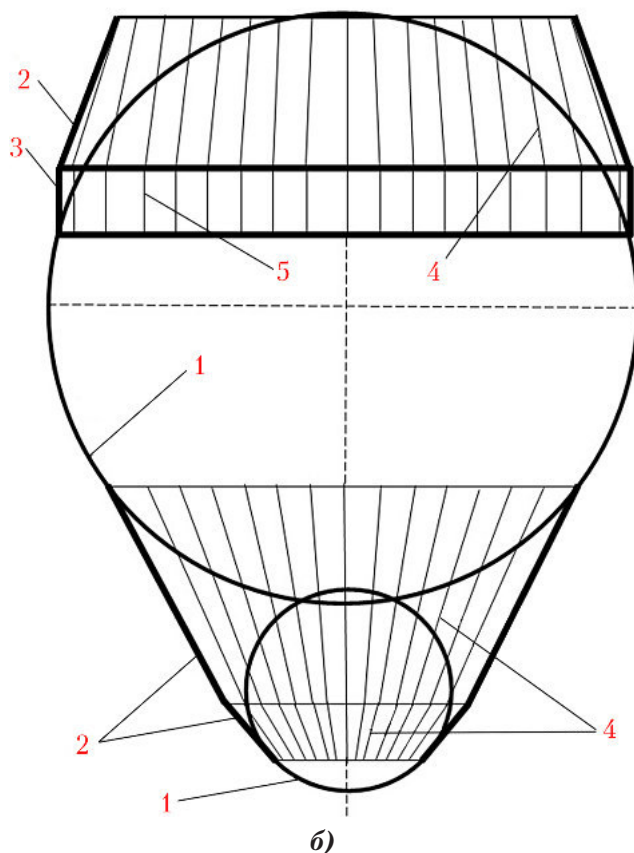
В данной работе приводятся алгоритмы определения только геометрических параметров контакта — координат ТК, компонент единичного вектора нормали к контактирующей поверхности, величина внедрения поверхностей вдоль этой нормали. Вычисление кинематических параметров описано ранее в работе [6]. Для многих пар, составленных из перечисленных выше геометрических элементов поверхностей, условия контакта и его параметры не могут быть определены простыми аналитическими выражениями. Исключение составляет сфера, для которой такое решение существует для любых сочетаний с другими элементами. Пассивные усеченный конус и цилиндр, а также их границы-окружности являются симметричными относительно оси сближения и имеют постоянные параметры. Условия контакта с ними для сфер и отрезков определяются простыми аналитическими выражениями, и в соответствующих контактирующих парах эти поверхности и линия второго порядка могут быть отнесены к геометрическим примитивам. Если геометрический элемент пассивной направляющей поверхности является только фрагментом цилиндра или конуса, то аналитическое решение значительно усложняется, и проще использовать его аппроксимацию отрезками-образующими. Аппроксимация используется также для описания геометрических элементов активных направляющих поверхностей, положение которых изменяется в СК пассивного СтА.

На рис. 2 показано представление наборами отрезков активных усеченных конусов и цилиндра, которые являются геометрическими элементами направляющей поверхности головки захвата, используемой для операций причаливания космического аппарата.





а)



б)

Рис. 2. Геометрия головки захвата для причаливания: а – общий вид; б – геометрические элементы направляющей поверхности; 1 – сферы; 2 – усеченные конусы; 3 – цилиндр; 4 – образующие конусов; 5 – образующие цилиндра

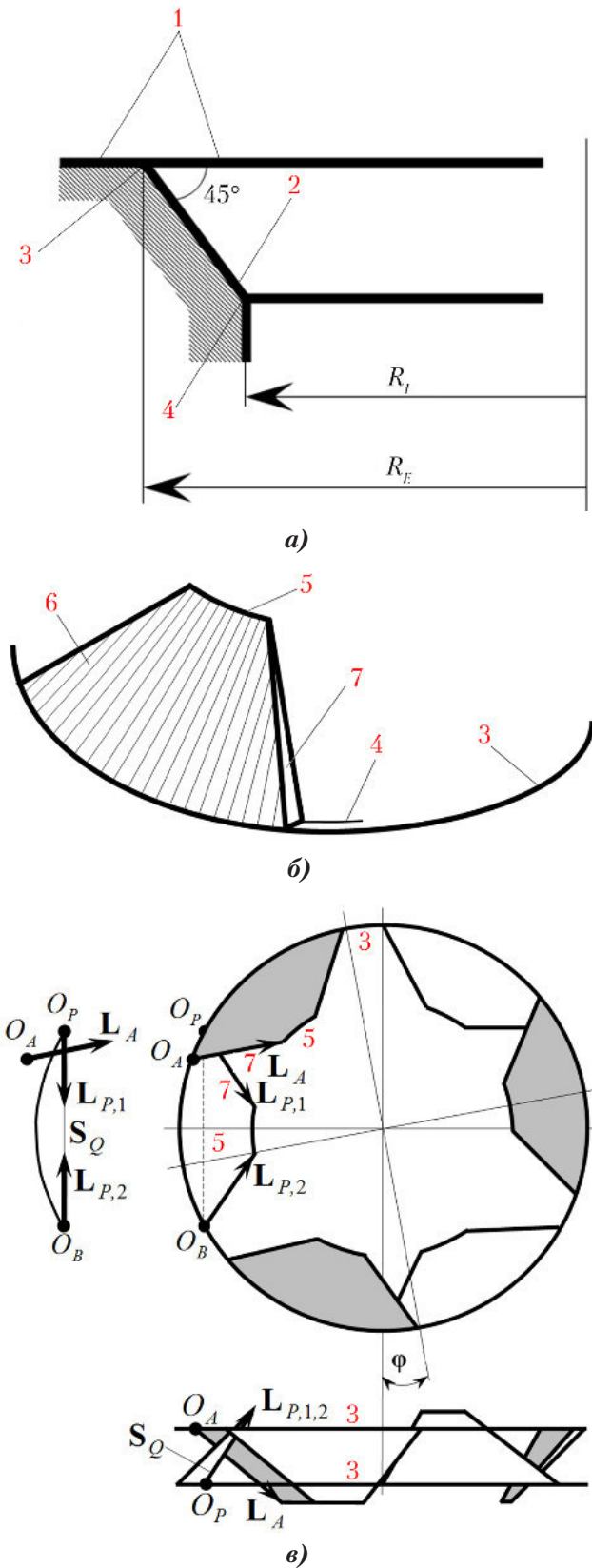
Геометрическими элементами направляющей поверхности стыковочного кольца периферийного СтА являются фрагмент плоскости, ограниченный внутренней гранью-окружностью радиуса  $R_E$ , усеченный конус, цилиндр и грань-окружностью радиуса  $R_I$  (рис. 3, а), трапецидальные

фрагменты усеченного конуса направляющих выступов и фрагменты плоскостей их боковых граней (рис. 3, б). Фрагменты усеченного конуса заменяются набором отрезков прямых переменной длины. Противоположные боковые грани каждой пары смежных направляющих выступов стыковочного кольца являются фрагментами одной плоскости – плоскими треугольниками. Их границы по конической поверхности (гиперболе) для получения аналитического решения заменяются отрезками прямых. При этом максимальное отклонение прямой от гиперболы соответствует допустимой точности определения координат точки контакта. Таким образом, каждая боковая грань представляется двумя направленными отрезками с исходными точками, расположенными на нижней и верхней гранях-окружностях усеченного конуса поверхности стыковочного кольца. Для определения факта взаимного внедрения при контакте активной и пассивной граней используется плоскость  $S_Q$  трапеции, образованной двумя отрезками  $L_{P,1}$  и  $L_{P,2}$  противоположных граней одного пассивного направляющего выступа. В этом случае парой геометрических примитивов являются активный отрезок  $L_A$  прямой и пассивная трапеция. Активный и пассивный направляющие выступы могут контактировать между собой только своими гранями, и для каждого из них – только с одной его стороны (рис. 3, в).

Возможные пары контактирующих активных и пассивных элементов направляющих поверхностей определяют следующий список пар геометрических примитивов (точка является частным случаем сферы с радиусом, равным нулю):

- активная сфера или точка – пассивный усеченный конус;
- активная сфера или точка – пассивная грань-окружностью;
- активная сфера или точка – пассивный цилиндр;
- активная сфера или точка – пассивный фрагмент плоскости;
- отрезок прямой – грань-окружностью (оба могут быть активными или пассивными);
- активный отрезок прямой – пассивная плоскость трапеции.

При инициализации математической модели разбиение элементов поверхностей на множества аппроксимирующих геометрических примитивов выполняется автоматически.



**Рис. 3. Упрощенная геометрическая модель стыковочного кольца:** а – представление внешней грани кольца окружностью; б – аппроксимация конической поверхности направляющего выступа отрезками образующих; в – модель граней направляющих выступов в виде направленных отрезков; 1 – плоскость стыковочного кольца; 2 – коническая поверхность кольца; 3, 4 – окружности внешней и внутренней ее граней; 5 – конический направляющий выступ (элемент направляющей поверхности); 6 – образующие конической поверхности; 7 – грань направляющего выступа

**Определение параметров контакта для пар геометрических примитивов**

Пассивный СтА, геометрия которого описывается в СК  $X_p Y_p Z_p$ , может иметь несколько направляющих поверхностей, каждая из которых описывается в своей локальной СК  $X_c Y_c Z_c$ , оси которой имеют такое же направление, как и  $X_p Y_p Z_p$ . Начало  $X_c Y_c Z_c$  имеет координаты  $x_c y_c z_c$ . Пассивные геометрические примитивы описываются в СК  $X_c Y_c Z_c$  своей направляющей поверхности и имеют постоянные геометрические параметры, которые вычисляются до начала моделирования.

Активный геометрический примитив «сфера» имеет радиус  $R_s$ , ее центр  $P_s$  в СК  $X_p Y_p Z_p$  определен вектором  $\mathbf{r}_s^{(P)} = [x_s, y_s, z_s]^T$ . При наличии точки контакта единичный вектор реакции направлен по радиусу сферы, поэтому координаты этой точки определяются вектором

$$\mathbf{r}_k^{PC} = [x_s + n_x R_s, y_s + n_y R_s, z_s + n_z R_s]^T.$$

Для пассивных геометрических примитивов, контактирующих с активной сферой, заранее вычисляются постоянные параметры  $x_{c,1}, x_{c,2}$  и  $d_{L,1}, d_{L,2}$ , определяющие интервалы координат центра активной сферы, при которых контакт возможен. При выполнении одного из условий  $x_s < x_{c,1}; x_s > x_{c,2}$ ;

$$d_L < d_{L,1}; d_L > d_{L,2}, \text{ где } d_L = \sqrt{(y_s - y_c)^2 + (z_s - z_c)^2},$$

контакт отсутствует, и дальнейший анализ завершается. Возможные виды контакта активной сферы с другими пассивными геометрическими примитивами показаны на рис. 4.

**Активная сфера – пассивный усеченный конус.** Параметрами пассивного усеченного конуса являются радиусы  $R_{CB,2}$  и  $R_{CB,1}$  нижнего и верхнего оснований;  $\alpha_c$  – угол между осью и образующими конуса и точка  $P_T$  пересечения образующих, заданная вектором  $\mathbf{r}_T^{(P)} = [x_T, y_T, z_T]^T$ . Ее постоянными параметрами являются  $x_{c,1} = R_{CB,1} \text{ctg} \alpha_c + R_s \text{sin} \alpha_c$  и  $x_{c,2} = x_{CB,1} + (R_{CB,2} - R_{CB,1}) \text{ctg} \alpha_c$  – минимальная и максимальная абсциссы центра сферы при контакте;  $d_{L,1} = R_{CB,1} - R_s \text{cos} \alpha_c$  и  $d_{L,2} = R_{CB,2} - R_s \text{cos} \alpha_c$  – минимальное и максимальное расстояния от центра сферы  $P_s = (x_s, y_s, z_s)$  до оси конуса;  $n_{cx} = \text{sin} \alpha_c, n_{cz} = \text{cos} \alpha_c$  – осевая и боковая компоненты единичного вектора силы реакции, нормального к поверхности конуса (рис. 4, а).





В процессе моделирования при потенциальной возможности контакта уточнение его наличия и определение параметров ТК выполняется следующим образом:

- вычисляется расстояние от центра сферы  $P_S$  до поверхности конуса вдоль его оси  $d_{SX} = x_T - d_L \text{ctg} \alpha_C$  и вдоль нормали к его поверхности  $d_S = d_{SX} \sin \alpha_C$ . Если  $d_S > R_S$ , то контакт этого типа отсутствует, и анализ завершается;

- вычисляется величина  $\Delta_n = R_S - d_S$  внедрения вдоль нормали к поверхности конуса, и если  $\Delta_n < 0$ , то контакт отсутствует и анализ завершается, если она превышает максимально допустимую, т.е.  $\Delta_n > \Delta_{n,\max}$ , то моделирование завершается с выдачей соответствующего диагностического сообщения;

- при наличии контакта ( $0 < \Delta_n < \Delta_{n,\max}$ ) вычисляются переменные компоненты  $n_Y = n_{CL}(y_S - y_T)/d_L$  и  $n_Z = n_{CL}(z_S - z_T)/d_L$  единичного вектора реакции и координаты точки контакта.

#### **Активная сфера – грань-окружность.**

Постоянные параметры, определяющие возможность данного контакта, равны (см. рис. 4, б)  $x_{C,1} = x_{CB} + R_S \sin \alpha_1$ ;  $x_{C,2} = x_{CB} + R_S \sin \alpha_2$ ;  $d_{L,1} = R_{CB} - R_S \cos \alpha_1$ ;  $d_{L,2} = R_{CB} - R_S \cos \alpha_2$ , где  $x_{CB}$  – абсцисса плоскости окружности грани в СК  $X_P Y_P Z_P$ ;  $\alpha_1, \alpha_2$  – углы первой и второй образующих соосных конических поверхностей, линией сопряжения которых является грань-окружность (могут принимать значения  $0 \dots 90^\circ$ );  $R_S$  – радиус сферы.

В процессе моделирования при потенциальной возможности контакта для координат  $x_S, y_S, z_S$  уточнение его наличия и определение параметров ТК выполняется следующим образом:

- определяются боковое  $d_{BL} = R_{CB} - d_L$ , осевое  $d_{BX} = x_S - x_{CB}$  и полное  $d_B = \sqrt{d_{BL}^2 + d_{BX}^2}$  расстояния от центра головки до окружности входной грани;

- если  $d_B > R_S$ , то контакт отсутствует, и данный анализ завершается;

- вычисляется внедрение  $\Delta_n = d_B - R_S$ , и если  $\Delta_n > \Delta_{n,\max}$ , то моделирование завершается с выдачей диагностического сообщения о соответствующей ошибке;

- вычисляются компоненты  $n_X = d_{BX}/d_B$ ;  $n_L = d_{BL}/d_B$ ;  $n_Y = n_L(y_S/d_L)$ ;  $n_Z = n_L(z_S/d_L)$  единичного вектора реакции и координаты точки контакта.

**Активная сфера – пассивный цилиндр.** Постоянными параметрами, определяющими возможность данного контакта,

являются абсциссы  $x_{C,1}$  и  $x_{C,2}$  верхней и нижней граней цилиндра и  $d_{L,1} = R_{CB} - R_S$ , где  $R_{CB}$  – радиус поверхности (см. рис. 4, в). Параметры  $x_{C,2}$  и  $d_{L,2}$  не используются (им присваивается большое значение).

В процессе моделирования при потенциальной возможности контакта для координат  $x_S, y_S, z_S$  уточнение его наличия и определение параметров ТК выполняется следующим образом:

- вычисляется боковое расстояние от центра головки до поверхности цилиндра  $d_{BL} = R_{CB} - d_L$ ;

- если  $d_B > R_S$ , то контакт отсутствует, и данный анализ завершается;

- вычисляется внедрение  $\Delta_n = d_L - R_S$ , и если  $\Delta_n > \Delta_{n,\max}$ , то моделирование завершается с выдачей диагностического сообщения о соответствующей ошибке;

- вычисляются компоненты  $n_X = 0$ ;  $n_Y = y_S/d_L$ ;  $n_Z = z_S/d_L$  единичного вектора реакции и координаты точки контакта.

#### **Активная сфера – пассивная нормальная плоскость.**

Нормальной в данном случае называется плоскость, которая перпендикулярна оси  $X_C$  относительного сближения. Ее постоянными параметрами, определяющими возможность контакта, являются абсцисса  $x_{C,1}$  и характерные расстояния  $d_{L,1}, d_{L,2}$ , если фрагмент плоскости ограничен одним или двумя радиусами (см. рис. 4, г). Параметр  $x_{C,2}$  не используется (ему присваивается большое значение).

При  $d_{L,1} < d_L < d_{L,2}$  определение наличия ТК и ее параметров выполняется следующим образом:

- вычисляется величина внедрения  $\Delta_n = x_S - x_{C,1}$  сферы в плоскость;

- если  $\Delta_n < 0$ , то контакт отсутствует, и анализ завершается; при  $\Delta_n > \Delta_{n,\max}$  моделирование завершается с выдачей диагностического сообщения о соответствующей ошибке;

- вычисляются координаты ТК в соответствии со значениями  $n_X = 1$ ;  $n_Y = 0$ ;  $n_Z = 0$  компонент единичного вектора реакции.

Формулы для определения параметров контакта отдельных активных точек, представляющих концы активных отрезков, с другими пассивными примитивами определяются так же, как и для сферы радиуса  $R_S = 0$ .

#### **Отрезок прямой – грань-окружность.**

Каждый из этих двух геометрических примитивов может быть либо активным, либо пассивным. В последнем случае его постоянные параметры вычисляются

до начала моделирования. Здесь и далее при определении параметров контакта используются формулы аналитической геометрии [7] для отрезков, плоскостей и параметров их пересечения.

Отрезок прямой, проходящий через точки  $P_1 = (x_1, y_1, z_1)$  и  $P_2 = (x_2, y_2, z_2)$ , описывается параметрическими уравнениями  $x = x_1 + lt; y = y_1 + mt; z = z_1 + nt$ , т. е. исходной точкой  $P_1$  и направленным вектором  $\mathbf{L} = [l, m, n]^T$  с компонентами  $l = x_2 - x_1; m = y_2 - y_1; n = z_2 - z_1$ . Если эта прямая пересекает некоторую плоскость  $Ax + By + Cz + D = 0$  в точке  $P_C$ , то этому соответствует значение параметра  $t_c = -(Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D)/(Al + Bm + Cn)$ , и точка  $P_C$  имеет координаты  $x_c = x_1 + t_c l; y_c = y_1 + t_c m; z_c = z_1 + t_c n$ . Она принадлежит отрезку между  $P_1$  и  $P_2$  при выполнении условия  $t_c \in [0, 1]$ .

Грань-окружность радиуса  $R_C$  с центром  $P_B = (x_B, y_B, z_B)$  является основанием усеченного конуса или цилиндра. Вершина конуса или центр другого основания цилиндра задаются точкой  $P_T = (x_T, y_T, z_T)$ . Отрезок прямой представляется вектором  $\mathbf{L}_i = [l_i, m_i, n_i]^T$  с начальной точкой  $P_{1,i}$  (рис. 5).

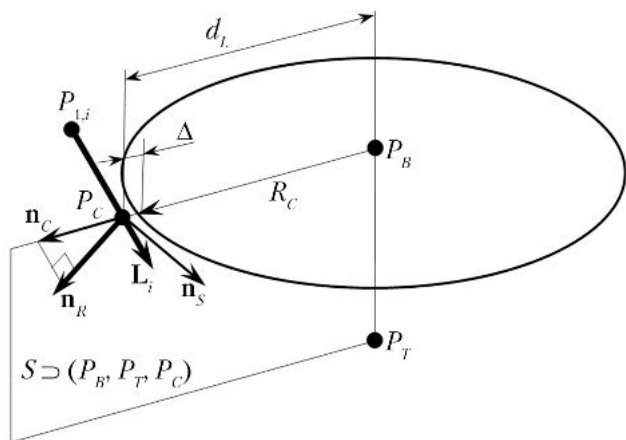


Рис. 5. Контакт отрезка прямой и грани-окружности

Для определения наличия контакта и его геометрических параметров последовательно вычисляются:

- параметры  $A, B, C, D$  плоскости окружности, проходящей через  $P_B$  перпендикулярно отрезку  $P_B P_T$  оси конуса или цилиндра:  $A = l = x_T - x_B; B = m = y_T - y_B; C = n = z_T - z_B; D_C = -(lx_B + my_B + nz_B)$ ;
- параметры направленного отрезка  $\mathbf{L}_i$  с исходной точкой  $P_{1,i}$ , где  $i$  — индекс отрезка в некотором их множестве;
- параметр  $t_c$ , соответствующий точке  $P_C$  пересечения отрезка  $\mathbf{L}_i$  и плоскости окружности; если  $t_c \notin [0, 1]$ , то отрезок не пересекает плоскость окружности,

и определение параметров контакта данного типа завершается;

- координаты точки  $P_C$  и расстояние  $d_L$  от нее до центра окружности  $P_B$  (если  $d_L \leq R_C$ , то отрезок не пересекает окружность, и определение параметров контакта данного типа завершается);

- компоненты направляющего вектора  $\mathbf{n}_S = [A_S, B_S, C_S]^T$  плоскости  $S$ , проходящей через три точки  $P_C, P_B$  и  $P_T$  т. е. компоненты вектора, параллельного касательной к окружности в точке ее пересечения с отрезком  $P_B P_C$ :

$$A_S = (y_B - y_C)(z_T - z_C) - (y_T - y_C)(z_B - z_C);$$

$$B_S = -[(x_B - x_C)(z_T - z_C) - (x_T - x_C)(z_B - z_C)];$$

$$C_S = (x_B - x_C)(y_T - y_C) - (x_T - x_C)(y_B - y_C);$$

- единичный вектор  $\mathbf{n}_R$  реакции в точке контакта как результат нормирования компонент вектора  $\mathbf{L}_i \times \mathbf{n}_S$  с выполнением условия  $\mathbf{n}_{R,x} > 0$ ;

- единичный вектор  $\mathbf{n}_C = [0, y_C/d_L, z_C/d_L]^T$  радиуса окружности, проходящего через точку  $P_C$ , позволяет определить величину контактного внедрения  $\Delta_n = (d_L - R_C)(\mathbf{n}_R^T \mathbf{n}_C)$  вдоль вектора  $\mathbf{n}_R$ .

Если  $\Delta_n \leq \Delta_{n,max}$ , то  $P_C$  является точкой контакта, в противном случае моделирование завершается с выдачей соответствующего диагностического сообщения.

**Активный отрезок – пассивная трапеция.** Плоскость  $S_Q$  трапеции ограничена пассивными направляющими отрезками  $\mathbf{L}_{P,1}$  и  $\mathbf{L}_{P,2}$  сторон и соединяющим их концы отрезком  $\mathbf{L}_B$  верхнего основания. Отрезок  $\mathbf{L}_{P,i}$   $i$ -й пассивной грани задается начальной точкой  $O_{P,i} = (x_{P,i}, y_{P,i}, z_{P,i})$  на нижнем основании трапеции и параметрами  $\{l_{P,i}, m_{P,i}, n_{P,i}\}$ , отрезок  $\mathbf{L}_B$  верхнего основания — начальной точкой  $O_B = (x_B, y_B, z_B)$  и параметрами  $\{l_B, m_B, n_B\}$  (рис. 6). Параметры  $\{A_Q, B_Q, C_Q, D_Q\}$  плоскости  $S_Q$  определяются координатами начальных точек всех трех отрезков

$$A_Q = (y_{P,2} - y_{P,1})(z_B - z_{P,1}) - (y_B - y_{P,1})(z_{P,2} - z_{P,1});$$

$$B_Q = -[(x_{P,2} - x_{P,1})(z_B - z_{P,1}) - (x_B - x_{P,1})(z_{P,2} - z_{P,1})];$$

$$C_Q = (x_{P,2} - x_{P,1})(y_B - y_{P,1}) - (x_B - x_{P,1})(y_{P,2} - y_{P,1});$$

$$D_Q = -x_{P,1}A_Q - y_{P,1}B_Q - z_{P,1}C_Q.$$

Контакт каждого активного отрезка  $\mathbf{L}_A$  возможен только с одной стороной трапеции, на рис. 6 для определенности он показан со стороны отрезка  $L_{P,1}$ . Внедрение имеет место, если точка пересечения  $P_Q$  направленного активного отрезка  $\mathbf{L}_A$



(с начальной точкой  $O_A = (x_A, y_A, z_A)$  и параметрами  $\{l_A, m_A, n_A\}$ ) и плоскости  $S_Q$  находится между двумя сторонами трапеции. Нахождение  $P_Q$  за пределами верхнего и нижнего оснований невозможно вследствие начальных условий стыковки и расчетной схемы контактного взаимодействия. Координаты этой точки равны  $x_Q = x_A + t_Q l_A$ ;  $y_Q = y_A + t_Q m_A$ ;  $z_Q = z_A + t_Q n_A$ , где  $t_Q = -s_{QV} s_{QC}$ ;  $s_{QV} = A_Q x_A + B_Q y_A + C_Q z_A + D_Q$  — переменная, а  $s_{QC} = -1/(A_Q l_A + B_Q m_A + C_Q n_A)$  — постоянная величина.

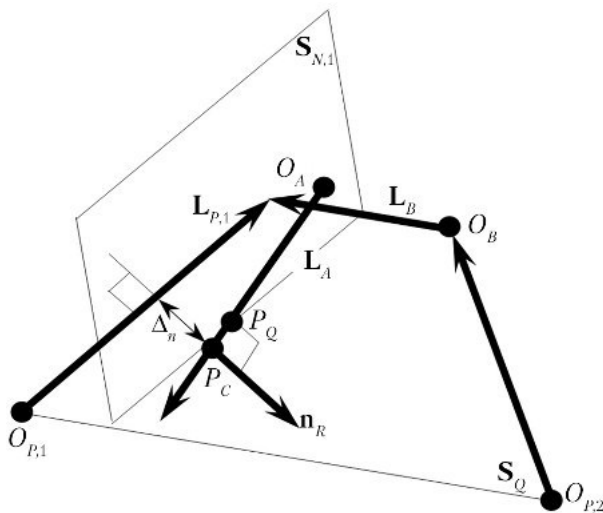


Рис. 6. Контакт активного отрезка и пассивной трапеции

Для установления факта внедрения со стороны пассивного отрезка  $L_{P,i}$  используется вспомогательная плоскость  $S_{N,i}$ , нормальная плоскости  $S_Q$ , параллельная отрезку  $L_{P,i}$  и проходящая через точку  $P_Q$ . Ее параметры  $A_{N,i} = m_{P,i} C_Q - n_{P,i} B_Q$ ;  $B_{N,i} = -(l_{P,i} C_Q - n_{P,i} A_Q)$  и  $C_{N,i} = l_{P,i} B_Q - m_{P,i} A_Q$  являются постоянными, а  $D_{N,i} = -x_Q A_{N,i} - y_Q B_{N,i} - z_Q C_{N,i}$  зависит от координат точки  $P_Q$ . Вычисляется параметр пересечения плоскости  $S_{N,i}$  и отрезка  $L_B$  верхнего основания  $t_c = -c_{N,2} / (c_{N,1} + D_{N,i})$ , где  $c_{SN} = A_{N,i} x_B + B_{N,i} y_B + C_{N,i} z_B$  и  $c_{DN} = 1 / (A_{N,i} l_B + B_{N,i} m_B + C_{N,i} n_B)$  — константы.

Если  $0 < t_c < 1$ , то  $L_B$  пересекает  $S_{N,i}$ , а  $L_A$  — трапецию, и контакт возможен. В этом случае по алгоритму [8] определяются параметр  $t_{CA}$  принадлежности точки  $C_A$  активному отрезку и параметр  $t_{CP}$  принадлежности точки  $C_P$  пассивному отрезку при условии, что расстояние между  $L_A$  и  $L_{P,i}$  в этих точках минимально. Если  $0 < t_{CA} < 1$  и  $0 < t_{CP} < 1$ , то имеет место

контакт, и определяется квадрат величины внедрения вдоль перпендикуляра к обоим отрезкам, т.е. квадрат расстояния между точками  $C_A$  и  $C_P$   $\Delta_n^2 = (x_A - x_P)^2 + (y_A - y_P)^2 + (z_A - z_P)^2$ . При  $\Delta_n^2 > \Delta_{n,max}^2$  внедрение превышает допустимое, и моделирование завершается с выдачей диагностического сообщения. В противном случае точка  $C_A$  принимается за точку контакта, а параметры линии действия нормальной реакции вычисляются как  $L_N = L_A \times L_{P,i}$ . Единичный вектор  $n_R = [n_x, n_y, n_z]^T$  контактной реакции определяется в результате нормирования  $L_N$  с выполнением условия  $n_x > 0$ .

Эффективность приведенных выше алгоритмов увеличивается за счет того, что все постоянные величины вычисляются до начала моделирования, и учитывается несовместимость отдельных видов контакта. Например, при контакте сферы и усеченного конуса не требуется анализировать взаимодействие той же сферы с гранью-окружностью или цилиндром приемного гнезда. При контакте одной грани направляющего выступа не требуется рассматривать вторую его грань. Контакт конической поверхности одного из направляющих выступов и грани-окружности ответного стыковочного кольца исключает аналогичные контакты других направляющих выступов.

### Определение контакта фрагментов поверхностей и геометрических примитивов

Ниже рассматривается определение точек контакта и их параметров для двух элементов поверхностей, один из которых аппроксимирован геометрическими примитивами — отрезками прямых или сферами, а другой является окружностью, усеченным конусом или цилиндром, т.е. отдельным, единичным геометрическим примитивом 2-го порядка. Определение относительного положения, точек контакта и их параметров для пар таких примитивов рассмотрено выше.

Число аппроксимирующих примитивов зависит от требуемой точности. Для сокращения избыточных вычислений оно должно быть равно  $2^{N+1}$ , где  $N$  — число итераций, необходимых для решения методом дихотомии. Каждая полная коническая поверхность или тор автоматически разделяются на два равных сегмента. Это делается для того, чтобы каждый из них был выпуклым, и можно было применить метод дихотомии для определения

его наиболее удаленной точки. На рис. 7 показана аппроксимация поверхности тора, которая описывается уравнениями четвертого порядка конечным набором сфер — поверхностей второго порядка. Первый сектор тора включает сферы с индексами от 1 до  $2^{N-1} + 1$ , второй — с индексами от  $2^{N-1} + 1$  до  $2^N + 1$ . Первая образующая совпадает с последней, имеющей индекс  $2^N + 1$ . Так как сегменты элементов направляющих поверхностей являются выпуклыми относительно оси ответного выпуклого усеченного конуса, цилиндра или грани-окружности, то достаточно определить аппроксимирующий примитив, наиболее удаленный от этой оси, и для него оценить возможность контакта с ответным геометрическим примитивом.

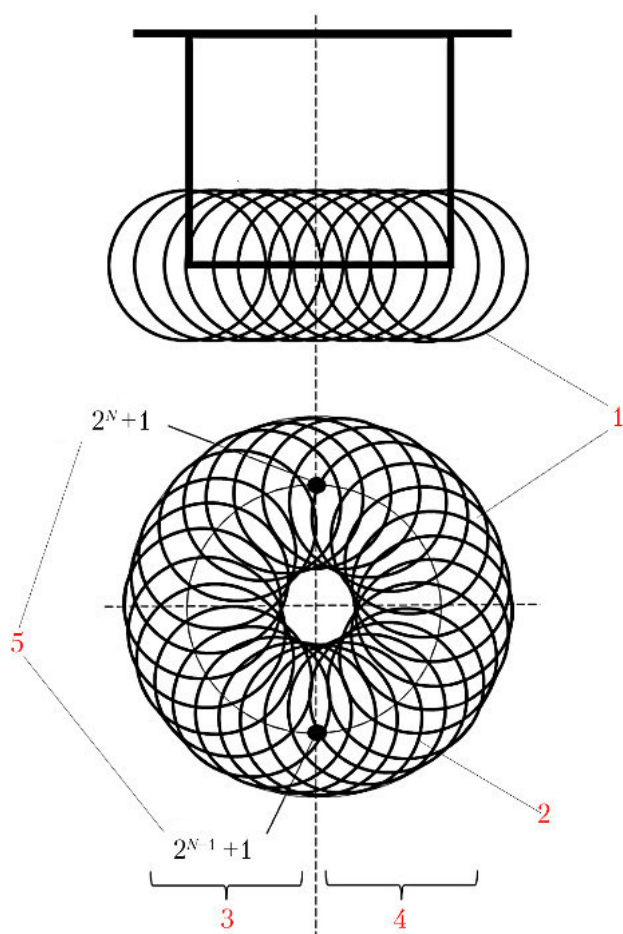


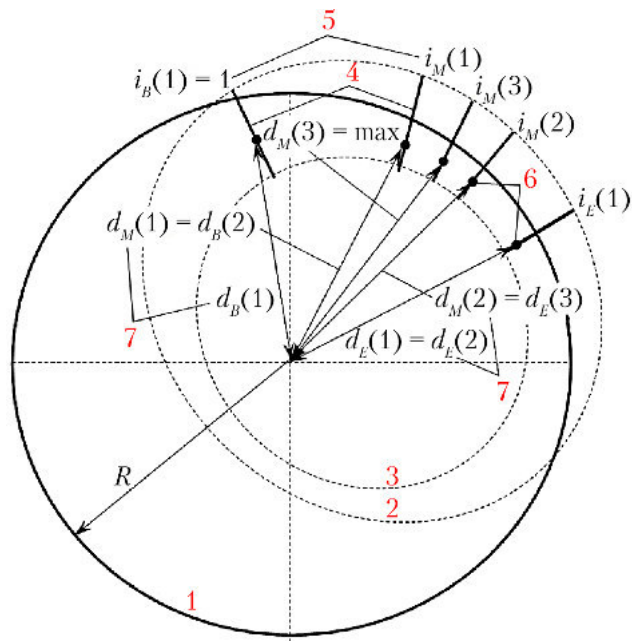
Рис. 7. Головка захвата с направляющей поверхностью в виде тора: 1 — тор; 2 — образующие-сферы; 3 — первый сегмент тора; 4 — второй сегмент тора; 5 — индексы образующих-сфер

Метод дихотомии [9] при анализе контакта элементов поверхностей реализуется следующим способом. На очередном шаге итерации для двух крайних и одного среднего аппроксимирующих геометрических примитивов текущего сектора с индексами

$i_B$ ,  $i_E$  и  $i_M$ , соответственно, определяются характерные расстояния до оси ответного единичного примитива. На первой итерации значения индексов крайних и среднего аппроксимирующих примитивов равны  $i_B = 1$ ;  $i_E = i_B + 2^N$ ;  $i_M = i_B + 2^{N-1}$ . Если характерные расстояния для всех трех точно равны между собой, то параметр контакта определяется для среднего, так как в этом случае ось аппроксимированной поверхности совпадает с осью ответного примитива. В противном случае, из этих трех примитивов выбираются два с максимальными характерными расстояниями, индексам  $i_B$  и  $i_E$  присваиваются новые значения, и сектор поиска сужается в два раза. Вычисляется индекс  $i_M = (i_B + i_E)/2$  и нового среднего примитива, и осуществляется переход к следующей итерации. Процесс заканчивается, когда в секторе поиска разность индексов двух крайних образующих равна 1, и дальнейшее его деление пополам невозможно. Из двух оставшихся примитивов выбирается один с максимальным характерным расстоянием, для него определяются параметры контакта. Общее число его шагов не превышает  $N$ . Единственность решения обеспечивается выпуклой формой фрагмента аппроксимированной поверхности и ответного единичного примитива. Если аппроксимирующий геометрический примитив с максимальной величиной характерного расстояния находится на границе первого сектора, то поиск наиболее удаленного должен быть выполнен для второго. В противном случае другой сектор можно не рассматривать. В систему координат единичного геометрического примитива преобразуются только те аппроксимирующие геометрические примитивы, которые выбираются в процессе реализации метода дихотомии.

На рис. 8 показан упрощенный пример оценки возможности контакта поверхности усеченного конуса и грани-окружности. В нем выполняются три итерации для определения образующей усеченного конуса, точка пересечения которой с плоскостью окружности радиуса  $R$  максимально удалена от центра этой окружности. Две крайние и средняя образующие в секторе поиска на  $k$ -й итерации ( $k = 1, 3$ ) имеют индексы  $i_B(k)$ ,  $i_E(k)$ ,  $i_M(k)$ . Характерные расстояния для них равны  $d_B(k)$ ,  $d_E(k)$ ,  $d_M(k)$ , соответственно. Для следующей итерации выбираются две образующие с наибольшим удалением, и определяется индекс новой

средней между ними. Так на первой итерации  $i_B(1) = 1$ ,  $i_E(1) = i_B(1) + 2^N$ ,  $i_M(1) = i_B(1) + 2^{N-1}$ ; на второй —  $i_B(2) = i_M(1)$ ,  $i_E(2) = i_E(1)$ ,  $i_M(2) = [i_B(2) + i_E(2)]/2$ ; на последней, третьей —  $i_B(3) = i_B(2)$ ,  $i_E(3) = i_M(2)$ ,  $i_M(3) = [i_B(3) + i_E(3)]/2$ . Разность между  $i_B(3)$  и  $i_M(3)$ , между  $i_E(3)$  и  $i_M(3)$  равна 1. Точки пересечения отрезков с индексами  $i_M(3)$  и  $i_E(3)$  наиболее удалены от центра окружности. При этом  $d_M(3) < d_E(3) < R$ , что указывает на отсутствие внедрения и, соответственно, точки контакта.



**Рис. 8. Оценка возможности контакта поверхности усеченного конуса и грани-окружности:** 1 — окружность; 2 — нижнее основание усеченного конуса; 3 — верхнее основание усеченного конуса; 4 — образующие усеченного конуса — отрезки; 5 — их индексы; 6 — точки пересечения образующих с плоскостью окружности; 7 — расстояние от центра окружности до точек пересечения

Направляющие выступы периферийных СтА представляют собой фрагменты конической поверхности, у которых длина образующих монотонно изменяется в областях наклонных боковых граней. Вследствие этого линии образующих в таких областях могут пересекать окружность, но их отрезки ограниченной длины не будут касаться плоскости этой окружности. Для оценки возможности контакта в этом случае используется следующая модификация описанного выше алгоритма.

На первом этапе методом дихотомии определяется отрезок образующей с индексом  $i_{max}$ , имеющий максимальное значение характерного расстояния  $d(i_{max})$ . При  $d(i_{max}) < R$  контакт направляющего выступа невозможен, и анализ завершается.

В противном случае, если для отрезка с индексом  $i_{max}$  параметр пересечения с плоскостью окружности удовлетворяет условию  $t_C(i_{max}) \in [0, 1]$ , то вычисляются параметры контакта по описанному выше алгоритму для пары геометрических примитивов «отрезок прямой — грань-окружность».

При  $t_C(i_{max}) > 1$  или  $t_C(i_{max}) < 0$  точка пересечения образующей конуса с плоскостью окружности, наиболее удаленная от центра этой окружности, не принадлежит аппроксимирующему отрезку направляющего выступа. Но в этом случае возможен контакт соседних аппроксимирующих отрезков. Поэтому выполняется их последовательный просмотр в направлении приближения возможности контакта. Длина отрезков образующих направляющего выступа может изменяться только монотонно, поэтому, начиная с отрезка с индексом  $i_{max}$ , последовательно выбираются те, у которых при  $t_C(i_{max}) > 1$  значение  $t_C$  убывает, а при  $t_C(i_{max}) < 0$  возрастает. Контакт отсутствует, если:

- для очередного отрезка выполняется условие  $t_C \in [0, 1]$ , но расстояние от точки его пересечения с плоскостью окружности до центра окружности меньше радиуса  $R$ ;
- просмотрен и не внедряется в окружность крайний (первый или последний) аппроксимирующий отрезок направляющего выступа.

Если для очередного аппроксимирующего отрезка образующей выполняется условие  $t_C \in [0, 1]$  и имеет место внедрение в окружность, то параметры его контакта определяются по описанным выше соотношениям для этой пары геометрических примитивов. Данный алгоритм требует значительно меньшего объема вычислений, чем простой перебор всех отрезков, аппроксимирующих коническую поверхность направляющего выступа.

### Верификация моделей контактного взаимодействия

Верификация контактной модели включает в себя проверку правильности выбора ее геометрических параметров и программной реализации алгоритмов при заданных начальных условиях. Автономное тестирование программ осуществляется до их интеграции в общую модель процесса стыковки. Но на этом этапе очень сложно выявить все возможные комбинации взаимодействия множества расчетных схем



отдельных видов контактов. Поэтому возможность тестирования реализована и в процессе моделирования динамического процесса. Так как программный код реализует достаточно сложную и объемную математическую модель, то использование универсального отладчика сведено к минимуму. В моделирующей программе заложена возможность выдачи в файл в удобном формате данных обо всех ее параметрах. Для того, чтобы сделать объем такого файла приемлемым для анализа, режим тестирования может включаться на любой сколь угодно короткий интервал времени, вплоть до отдельного шага интегрирования. В рамках этого интервала могут устанавливаться отдельные индикаторы, инициирующие тест конкретного частного алгоритма. Ненормальное завершение процесса моделирования происходит при выявлении самим алгоритмом нарушения предельных условий контакта, предельно допустимой величины внедрения или при обнаружении системной ошибки. На основе модельного времени наступления такого события и характера ошибок, фиксируемых в протоколе вычислительного процесса, выбираются интервал и индикаторы тестирования для повторного моделирования и анализа. Такой метод неоднократно давал информацию для коррекции размеров отдельных контактирующих элементов даже после длительной эксплуатации программ моделирования. Наиболее часто он позволяет выявить ошибки в задаваемых начальных условиях стыковки.

Дополнительным средством для правильного понимания контактной ситуации являются динамические диаграммы [10] — программный инструмент, позволяющий синхронно отобразить в графическом виде изменение параметров модели, функционирование устройств демпфирования стыковочного механизма и контакты элементов направляющих поверхностей.

## Заключение

Рассмотрены способ описания контактирующих поверхностей и алгоритмы определения параметров контакта агрегатов для стыковки и причаливания космических аппаратов. Они основаны на учете того, что контактирующие поверхности не являются произвольными, а представляют собой набор геометрических

элементов, описываемых уравнениями от первого до четвертого порядка. Алгоритмы обеспечивают моделирование в реальном времени контактного взаимодействия различных стыковочных интерфейсов. Их разработка началась тридцать лет назад, и за прошедшее время их адекватность при использовании в составе моделей различных агрегатов и процессов стыковки была многократно подтверждена сопоставлением результатов моделирования с данными наземных и летных испытаний.

## Список литературы

1. Hubbard P. *Approximating polyhedra with spheres for time-critical collision detection* // *ACM Transactions on Graphics*. 1996. V. 15. № 3. P. 179–210.
  2. Gottschalk S., Lin M.C., Manocha D. *OBBTree: a hierarchical structure for rapid interference detection* // *ACM Siggraph'96 Proceedings*. 1996. P. 171–180.
  3. Klosowski J., Held M., Mitchell J.S.B., Sowizral H., Zikan K. *Efficient collision detection using bounding volume hierarchies of k-DOPs* // *IEE Transactions on visualization and computer graphics*. 1998. V. 4. № 1. P. 21–36.
  4. Moeller T. *A fast triangle-triangle intersection test* // *Journal of Graphics Tools*. 1997. V. 2. № 2. P. 25–30.
  5. Tropp O., Tal A., Shimshoni I. *A fast triangle to triangle intersection test for collision detection* // *Computer Animation and Virtual Worlds*. 2006. V. 17. № 5. P. 527–535.
  6. Яскевич А.В. Контактные силы в уравнениях движения космических аппаратов при стыковке и причаливании // *Космическая техника и технологии*. 2018. № 2(21). С. 80–92.
  7. Выгодский М.Я. *Справочник по высшей математике*. М.: Астрель: АСТ, 2008. 991 с.
  8. Hoffmann G. *Distance between line segment*. Режим доступа: <http://docs-hoffmann.de/xsegdist03072004.pdf> (дата обращения 05.10.2017 г.).
  9. Самарский А.А. *Введение в численные методы*. Уч. пос. для вузов. 3-е изд., стер. СПб.: Лань, 2005. 288 с.
  10. Yaskevich A.V., Chernyshev I.E. *Dynamic diagrams — post processing software tools for simulation analysis of spacecraft docking dynamics* // *Journal of mechanics engineering and automation*. 2014. V. 4. № 4. P. 291–304.
- Статья поступила в редакцию 14.03.2018 г.

---

## Reference

1. Hubbard P. *Approximating polyhedra with spheres for time-critical collision detection*. *ACM Transactions on Graphics*, 1996, vol. 15, no. 3, pp. 179–210.
2. Gottschalk S., Lin M.C., Manocha D. *OBBTree: a hierarchical structure for rapid interference detection*. *ACM Siggraph'96 Proceedings*, 1996, pp. 171–180.
3. Klosowski J., Held M., Mitchell J.S.B., Sowizral H., Zikan K. *Efficient collision detection using bounding volume hierarchies of k-DOPs*. *IEE Transactions on visualization and computer graphics*, 1998, vol. 4, no. 1, pp. 21–36.
4. Moeller T. *A fast triangle-triangle intersection test*. *Journal of Graphics Tools*, 1997, vol. 2, no. 2, pp. 25–30.
5. Tropp O., Tal A., Shimshoni I. *A fast triangle to triangle intersection test for collision detection*. *Computer Animation and Virtual Worlds*, 2006, vol. 17, no. 5, pp. 527–535.
6. Yaskevich A.V. *Kontaknyye sily v uravneniyah dvizheniya kosmicheskikh apparatov pri stykove i prichalivanii* [Contact forces in spacecraft motion equations during docking and berthing]. *Kosmicheskaya tekhnika i tekhnologii*, 2018, no. 2(21), pp. 80–92.
7. Vygodskiy M.Ya. *Spravochnik po vysshey matematike* [Handbook on higher mathematics]. Moscow, Astrel': AST publ., 2008. 991 p.
8. Hoffmann G. *Distance between line segment*. Available at: <http://docs-hoffmann.de/xsegdist03072004.pdf> (accessed 05.10.2017).
9. Samarskiy A.A. *Vvedenie v chislennyye metody*. Uch. pos. dlya vuzov. 3-e izd., ster. [Introduction to numerical methods. Textbook for institutions of higher learning. 3rd ed., reprint] Saint-Petersburg, Lan' publ., 2005. 288 p.
10. Yaskevich A.V., Chernyshev I.E. *Dynamic diagrams — post processing software tools for simulation analysis of spacecraft docking dynamics*. *Journal of mechanics engineering and automation*, 2014, vol. 4, no. 4, pp. 291–304.