

ОПТИМИЗАЦИЯ МНОГОСЛОЙНОГО ТЕПЛОЗАЩИТНОГО ЭКРАНА СОЛНЕЧНОГО ЗОНДА

© 2018 г. Салосина М.О.

Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет) (МАИ)
Волоколамское шоссе, 4, г. Москва, Российская Федерация, А-80, ГСП-3, 125993, e-mail: mai@mai.ru

Рассматривается задача оптимального выбора толщин слоев многослойного теплозащитного покрытия минимальной массы с учетом ограничений на допустимые температуры на границах слоев. Для решения оптимизационной задачи используется вычислительная схема, объединяющая метод спроектированного лагранжиана с квадратичной подзадачей и метод штрафной функции. Метод штрафной функции, характеризуемый большой областью сходимости, обеспечивает поиск хорошего начального приближения для метода спроектированного лагранжиана, обладающего отличными свойствами локальной сходимости. В качестве примера использования разработанного алгоритма и соответствующего программного обеспечения рассматривается задача выбора оптимальных толщин слоев теплозащитного экрана солнечного зонда, подвергающегося в процессе эксплуатации высокоинтенсивным радиационным тепловым нагрузкам. Приведены основные характеристики высокотемпературных материалов, представляющих интерес для использования в конструкции экрана солнечного зонда, и результаты расчета толщин двухслойного экрана с учетом зависимости теплофизических свойств материалов слоев от температуры и излучения с нагретой поверхности экрана.

Ключевые слова: солнечный зонд, тепловая защита, многослойный экран, оптимальное проектирование.

OPTIMIZATION OF MULTI-LAYER HEAT SHIELD OF SOLAR PROBE

Salosina M.O.

Moscow Aviation Institute
(National Research University) (MAI)
4 Volokolamskoe shosse, Moscow, 125993, Russian Federation, e-mail: mai@mai.ru

The paper presents a methodology for optimal design of multilayer thermal protection coating, ensuring required operational temperature on the boundaries of layers and minimum of total mass of system. The optimization problem is solved using a computational scheme, which combines the projected Lagrangian method with the quadratic subproblem and the penalty function method. The penalty function method is characterized by a large region of convergence and provides a good initial estimate of the optimal parameters' values for the projected Lagrangian method with excellent local convergence properties. To illustrate the implementation of the developed algorithm and the corresponding software, the paper considers the problem of choosing of the optimal layer thicknesses for the multilayer heat shield of a solar probe, exposed to extreme heat loads during operation. The main properties of the potential high-temperature materials for solar probe shield are discussed, and the results of thickness calculation for the two-layer heat shield are presented, taking into account the dependence of the thermal properties of the layers' materials on the temperature and radiation from the heated surface of the shield.

Key words: solar probe, thermal protection, multi-layer heat shield, optimal design.



САЛОСИНА М.О.

САЛОСИНА Маргарита Олеговна — аспирант, младший научный сотрудник МАИ, e-mail: salosina.m@yandex.ru
 SALOSINA Margarita Olegovna — Post-graduate, Junior research scientist at MAI, e-mail: salosina.m@yandex.ru

Исследования Солнца и околосолнечного пространства представляют интерес для понимания физических процессов, вызывающих наиболее мощные проявления солнечной активности, связанные с солнечной короной и солнечным ветром [1].

В настоящее время в России разрабатывается проект «Интергелио-Зонд», в рамках которого должен быть создан космический аппарат (КА) для гелиофизических исследований в ближайшей окрестности Солнца. Планируемая дата запуска — после 2025 г. [2]. Главным разработчиком КА «Интергелио-Зонд» является ФГУП «НПО им. С.А. Лавочкина». Программа исследований включает изучение динамики солнечной атмосферы и параметров солнечного ветра, вспышек на Солнце, магнитных полей в его полярных областях и формирование солнечного цикла [1]. Схема полета КА «Интергелио-Зонд» обеспечивает сближение с Солнцем на расстояние 60...70 солнечных радиусов в результате серии гравитационных маневров у Венеры [1]. Наклонение этой орбиты составит 17...18° [3]. Последующие гравитационные маневры приведут к увеличению наклона орбиты до 30,5° и радиуса перигелия до 110 солнечных радиусов [3]. Достаточно большое наклонение финальной орбиты КА «Интергелио-Зонд» к плоскости эклиптики дает возможность исследовать приполярные области Солнца, являющиеся источником высокоскоростного солнечного ветра [1].

Исследование Солнца с гелиоцентрических орбит с низким перигелием предполагается провести также в проекте *NASA Solar Probe Plus* (планируемая дата запуска с 31 июля по 19 августа 2018 г.) [4] и европейском проекте *Solar Orbiter* (дата запуска — октябрь 2018 г.) [5], научные задачи которых аналогичны задачам

российского проекта. В проекте *NASA* предполагается вывести КА на гелиоцентрические орбиты с беспрецедентно низким радиусом перигелия, равным 9,5 радиусов Солнца (~6,6 млн км) [6]. Наклонение орбиты КА *Solar Probe Plus* не превысит 3,5° [6].

Конструкции и системы, входящие в состав солнечных зондов, подвергаются высокоинтенсивному радиационному тепловому воздействию, определяемому траекторией КА. Рис. 1 иллюстрирует зависимость гелиоцентрического расстояния 1 и плотности теплового потока солнечного излучения 2 , воздействующего на внешнюю поверхность экрана КА, от времени до прохождения перигелия для двух вариантов орбит, параметры которых в первом случае (рис. 1, а) приняты близкими параметрам орбиты КА «Интергелио-Зонд» (радиус перигелия $66,4 R_{\odot}$; радиус афелия 0,885 а. е.; период 168,523 сут [3]); а во втором случае (рис. 1, б) — параметрам орбиты КА *Solar Probe Plus* (радиус перигелия $9,736 R_{\odot}$; радиус афелия 0,763 а. е.; период 93,762 сут).

Обеспечение требуемых тепловых режимов является одной из наиболее сложных проблем, возникающих при проектировании подобных систем. От практического решения задач выбора концепции тепловой защиты, высокотемпературных теплоустойчивых материалов конструкции солнечного зонда и теплозащиты его научного модуля, учета влияния продуктов уноса на постановку и проведение научных экспериментов во многом зависит успешное выполнение научных задач миссии и возможность реализации проекта в целом.

Требуемый тепловой режим КА в ближайшей окрестности Солнца будет обеспечиваться за счет применения специальных экранов, защищающих КА от воздействия высокоинтенсивного потока прямого солнечного излучения, жестких требований

к ориентации КА относительно Солнца, организации регулируемого отвода тепла.

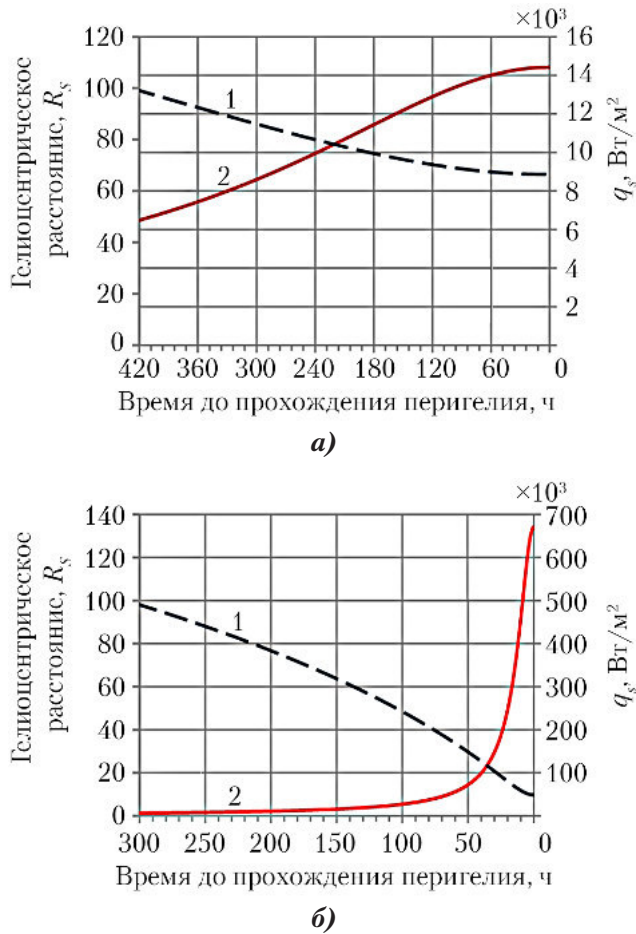


Рис. 1. Зависимость гелиоцентрического расстояния (1) и плотности теплового потока солнечного излучения, воздействующего на внешнюю поверхность экрана КА (2), от времени до прохождения перигелия: а – орбита «Интергелио-Зонд»; б – орбита Solar Probe Plus

В проекте «Интергелио-Зонд» теплозащитный экран состоит из внешнего и внутреннего экранов, соединенных между собой при помощи центрального и внешнего шпангоутов и профилей [7]. Тыльная поверхность внутреннего экрана закрывается многослойной экранно-вакуумной теплоизоляцией (ЭВТИ). Экраны, соединяющие их шпангоуты и профили, а также элементы крепления на внешней стороне изготавливаются из термостойкого углерод-углеродного композиционного материала (УУКМ) «Углекон» [7].

Теплозащитный экран солнечного зонда Solar Probe Plus, разработанный компанией The Johns Hopkins University Applied Physics Laboratory (Laurel, Maryland, USA), представляет собой многослойную конструкцию, состоящую из слоя высокопористого ячеистого материала на основе стеклоуглерода толщиной ~11 см [8], расположенного между слоями углерод-углеродного материала толщиной ~0,076 см [6].

На внешнюю сторону экрана нанесено покрытие Al_2O_3 ($A_s/\varepsilon \sim 0,6$) [6]. Тепловой поток от тыльной стороны теплозащитного экрана КА к модулю служебных подсистем не превышает 50 Вт [6]. Максимальная температура внешней поверхности экрана КА, достигаемая в перигелии орбиты, составляет 1 650 К [6].

Основным конструктивным элементом теплозащитного экрана КА Solar Orbiter является композитная панель, состоящая из двух слоев углепластика, между которыми расположен сотовый наполнитель из алюминиевого сплава (рис. 2). На обращенной к Солнцу стороне панели с помощью десяти звездообразных элементов крепления из титанового сплава Ti6Al4V устанавливается высокотемпературная многослойная ЭВТИ, состоящая из внешнего, внутреннего и шести промежуточных слоев титановой фольги, толщины которых составляют, соответственно, 50, 25 и 10 мкм [5]. Для предотвращения контакта титановые экраны высокотемпературной ЭВТИ формованы рельефом. На внешний слой высокотемпературной ЭВТИ наносится покрытие ($A_s/\varepsilon \sim 1,1$) [5]. Для обеспечения теплового режима композитной панели, рабочая температура которой ограничена диапазоном 130..160 °С, панель полностью закрывается многослойной ЭВТИ, состоящей из 20 слоев алюминизированной с двух сторон рифленой полиимидной пленки [5]. Конструкция теплозащитного экрана обеспечивает выполнение заданных ограничений на допустимые радиационный и кондуктивный тепловые потоки к КА ≤ 30 и ≤ 15 Вт, соответственно, и допустимую температуру панели КА ≤ 50 °С [5]. Максимальная температура внешней поверхности высокотемпературной ЭВТИ, достигаемая в перигелии орбиты КА, составляет 522 °С. Экран изготовлен компанией Airbus Defense & Space (Stevenage, UK) совместно с TAS-I (Turin, Italy).

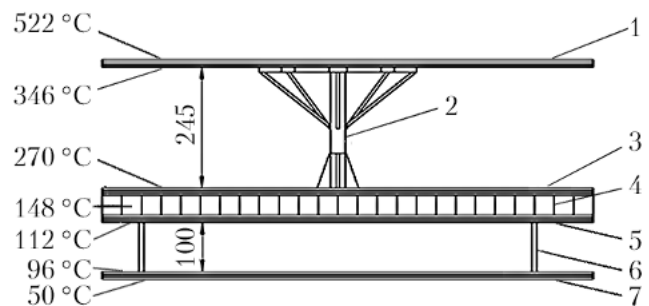


Рис. 2. Схема теплозащитного экрана КА Solar Orbiter: 1 – высокотемпературная ЭВТИ; 2 – опора; 3 – ЭВТИ (20 слоев); 4 – композитная панель; 5 – ЭВТИ (20 слоев); 6 – элемент крепления; 7 – ЭВТИ на панели КА. Слева указаны приведенные в работе [5] максимальные температуры элементов конструкции экрана в перигелии орбиты

Примечание. ЭВТИ – экранно-вакуумная теплоизоляция.

Материалы для многослойного теплозащитного экрана солнечного зонда

Материалы, входящие в состав теплозащитного экрана солнечного зонда, должны обладать высокими удельными механическими свойствами — прочностью, жесткостью, стойкостью к вибрации и воздействию факторов космического пространства при рабочих температурах 120...2 000 К, иметь высокую температуру плавления и низкий коэффициент термического расширения. К основным требованиям, определяющим возможность эксплуатации конструкции, относится низкая скорость сублимации материалов в вакууме, необходимая для минимизации плотности собственной внешней атмосферы КА и ее влияния на работу научной и служебной аппаратуры. Перспективными для использования в конструкции теплозащитного экрана солнечного зонда являются углерод-углеродные композиционные материалы («КМ-ВМ», «Десна Т-1», «Десна-4», «КМ-ВМ-4D», «Граурис», *IMT*, *Aerolor-32*, *Sepcarb I*, *II* и др. [9]), изготавливаемые на основе тканых углеродных наполнителей и углеродной матрицы. Данные материалы сохраняют стабильные свойства, структуру, форму и размеры изделий при нагревании в неокисляющей среде вплоть до 2 000 К, легко поддаются механической обработке, обеспечивая возможность изготовления элементов конструкции практически любой формы и размеров, и обладают такими уникальными свойствами, как невысокая плотность, регулируемая пористость, высокий коэффициент черноты, стойкость к механическим и термическим ударным нагрузкам, повышение прочности при нагревании до 2 500 К. Механические и теплофизические характеристики углерод-углеродных композиционных материалов определяются схемой армирования, видом матрицы и технологией изготовления.

Технические характеристики углерод-углеродных композиционных материалов [9, 10]:

плотность	1,3...2 г/см ³ ;
прочность при растяжении	70...370 МПа;
прочность при сжатии	110...200 МПа;
прочность при изгибе	130...550 МПа;
ударная вязкость	50...100 КДж/м ² ;
модуль упругости	20...200 ГПа;
теплопроводность	3,2...150 Вт/(м·К);
интегральная	
полусферическая	
степень черноты	0,502...0,904 [11].

Скорость испарения углеродных материалов в вакууме можно оценить по формуле [11]:

$$\lg \omega = A - B/T,$$

где ω — скорость испарения, г/(см²·с); A и B — коэффициенты ($A = 9,072$; $B = 36\,650$); T — температура. Скорость испарения графита при температуре 2 000 °С составляет $1,15 \cdot 10^{-8}$ г/(см²·с) [11]. Повышению стойкости углеродных материалов и улучшению оптических характеристик их поверхности способствуют нанесение защитных покрытий (Al_2O_3 ; ZrO_2 ; HfO_2 и т. д.) и объемная пропитка жидким кремнием или жидкими металлами (например, сплавами Zr-5%Nb или Hf-20%Ta) [12].

Дальнейшее улучшение механических и оптических свойств углерод-углеродных композиционных материалов связано с заменой углеродной матрицы на керамическую. Примером таких материалов являются углерод-карбидные материалы («Гравимол», «Карбосил», *Sepcarbinox* [9] и др.), получаемые путем пропитки углеродного каркаса двух- или трехмерной структуры карбидами кремния, титана, циркония, ниобия, гафния или сложными карбидами.

Технические характеристики углерод-карбидных материалов [9]:

плотность	1,7...2,8 г/см ³ ;
прочность при растяжении	100...200 МПа;
прочность при сжатии	90...300 МПа;
прочность при сдвиге	35...60 МПа;
модуль упругости	23...250 ГПа;
коэффициент термического расширения	$(1...5) \cdot 10^{-6}$ К ⁻¹ ;
теплопроводность	9,8...25 Вт/(м·К).

Наряду с углерод-углеродными и углерод-карбидными композиционными материалами в конструкции теплозащитного экрана солнечного зонда могут быть использованы керамические теплозащитные материалы, которые успешно применялись для тепловой защиты пилотируемых космических кораблей многоразового использования. Примерами подобных материалов являются разработанные для воздушно-космической системы *Space Shuttle* анизотропные теплозащитные материалы:

- *LI-2200* (кажущаяся плотность 352 кг/м³; прочность при изгибе 1 300 кПа в поперечном и 500 кПа в продольном направлении; состав: волокна кварцевого стекла диаметром 0,5...12,0 мкм [13]);

- *FRCI-12-22* (кажущаяся плотность 228 кг/м³; прочность при изгибе 1 800 кПа в поперечном и 650 кПа в продольном

направлении; состав: 22% волокон алюмоборосиликатного стекла диаметром 12 мкм (*Nextel 312*) и 78% волокон кварцевого стекла диаметром 1,4 мкм (*Astroquartz*) [13];

- *НТР-6-22, НТР-12-22, НТР-12-35, НТР-16-22* (кажущаяся плотность 70...270 кг/м³; прочность при изгибе 800...2 800 кПа; состав: волокна Al₂O₃ диаметром 3 мкм и волокна кварцевого стекла диаметром 1,4 мкм [13]);

- *АЕТВ-12-20, АЕТВ-15-30* (кажущаяся плотность 170 кг/м³; прочность при изгибе 1 000 кПа; состав: волокна кварцевого стекла, боросиликатного стекла и Al₂O₃ [13]).

Для тепловой защиты воздушно-космической системы «Буран» отечественной промышленностью были созданы аналогичные материалы на основе сверхчистого аморфного кварцевого волокна ТЗМК-10, ТЗМК-25 с плотностями 140 и 255 кг/м³, соответственно (по данным производителя — АО «ОНПП «Технология» им. А.Г. Ромашина»).

Применение кварцевых теплозащитных материалов ограничено температурой 1 530 К. Материалы, состоящие из волокон SiO₂ и Al₂O₃, могут использоваться до температуры 1 700 К [13].

На основе керамических материалов разрабатывается и более стойкая тепловая защита, температура применения может достигать 1 970 К [13]. В ее состав входит высокопористый слой волокнистой теплоизоляции или спеченной пенокерамики, защищенный слоем SiC или Si₃N₄ в виде облицовки, воспринимающей основную тепловую и механическую нагрузку. В качестве теплоизоляционного слоя могут использоваться пористые керамические материалы из Al₂O₃ и ZrO₂, рабочие температуры которых могут достигать 1 750 и 2 200 °С, соответственно, в вакууме при отсутствии нагрузки и термических ударов.

Скорость испарения плотных керамических материалов в вакууме при 2 000 °С составляет ~10⁻⁶...10⁻⁷ г/(см²·с) [11].

Большими потенциальными возможностями для изготовления теплоизоляции обладают пористые композиционные материалы, в которых в качестве наполнителя используются заранее изготовленные пустотелые микросферы [14]. Такие материалы характеризуются малой теплопроводностью в сочетании с высокой удельной прочностью на сжатие, устойчивостью к деформации и низкой кажущейся плотностью. Весьма перспективны материалы

на основе углеродных микросфер, связующими в которых служат пироуглерод или пенообразующие смолы.

Технические характеристики карбонизированного пеноматериала на основе углеродных микросфер [14]:

плотность	0,05...1 г/см ³ ;
прочность при сжатии	0,5...49,0 МПа;
рабочая температура в нейтральной и восстановительных средах	до 3 000 °С.

Перспективными для использования в конструкции теплозащитного экрана солнечного зонда являются высокопористые ячеистые материалы на основе стеклоуглерода с пористостью 82...98%. Материалы обладают высокой жесткостью, достаточной прочностью (0,3...4,0 МПа) в диапазоне рабочих температур, малой плотностью (50...400 кг/м³), невысокой теплопроводностью (0,06...0,60 Вт/(м·К)) [9]. Теплоизоляционные свойства данных материалов значительно ухудшаются при высоких температурах в связи с существенным возрастанием в их пространственной сетчатой структуре доли радиационного теплопереноса. Указанный недостаток можно устранить, заполнив материал углеродным аэрогелем, обладающим высокой твердостью, жаропрочностью, чрезвычайно низкой плотностью (0,07 г/см³) и теплопроводностью (менее 1 Вт/(м·К) при 1 900 °С) [15].

Проектирование многослойного теплозащитного экрана солнечного зонда

При проектировании многослойного теплозащитного экрана солнечного зонда возникает проблема выбора оптимальных проектных параметров, удовлетворяющих заданному допустимому тепловому состоянию защищаемого объекта и минимизирующих критерий оптимальности. В большинстве случаев постановка задачи подразумевает определение толщин слоев, обеспечивающих минимум удельной массы покрытия при соблюдении заданных ограничений на максимальные температуры в слоях.

Предполагается, что процесс распространения тепла в многослойном покрытии, состоящем из L слоев различных материалов толщиной d_l и плотностью ρ_l , $l = 1, 2, \dots, L$, является одномерным по пространственной координате, и поле температуры в l -ом слое $T_l(x, \tau)$, $l = 1, 2, \dots, L$, где τ — время, описывается обобщенным квазилинейным уравнением теплопроводности. Поскольку для материалов,

входящих в состав теплозащитного экрана солнечного зонда, характерен высокий уровень рабочих температур, оказывающих сильное влияние на их теплофизические свойства, необходимо учитывать зависимость коэффициентов параболических уравнений $C_p, \lambda_p, l = 1, 2, \dots, L$, от температуры.

Теплоперенос в системе описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$C_l(T) \frac{\partial T_l}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_l(T) \frac{\partial T_l}{\partial x} \right); x \in (X_{l-1}, X_l);$$

$$l = 1, 2, \dots, L; \tau \in (\tau_{\min}, \tau_{\max}]; \quad (1)$$

$$T_l(x, \tau_{\min}) = T_{0l}; x \in [X_{l-1}, X_l]; l = 1, 2, \dots, L. \quad (2)$$

На внутренней границе могут быть заданы граничные условия I или II-го рода:

$$-\beta_1 \lambda_1(T_1(X_0, \tau)) \frac{\partial T_1(X_0, \tau)}{\partial x} + \alpha_1 T_1(X_0, \tau) = q_1(\tau);$$

$$\tau \in (\tau_{\min}, \tau_{\max}]. \quad (3)$$

Условие теплообмена на внешней границе, учитывающее тепловой поток, излучаемый нагретой поверхностью экрана, можно представить в виде:

$$-\lambda_L(T_L(X_L, \tau)) \frac{\partial T_L(X_L, \tau)}{\partial x} = -q_R(\tau) + q_{\text{изл}};$$

$$\tau \in (\tau_{\min}, \tau_{\max}]; \quad (4)$$

где $q_R(\tau) = A_s q_s(\tau)$ — плотность радиационного теплового потока; A_s — поглощательная способность материала; $q_s = S_0 / L^2$ — плотность теплового потока солнечного излучения; $S_0 = 1398 \text{ Вт/м}^2$ — солнечная постоянная для Земли; L — расстояние от КА до Солнца в а.е., определяемое формой и размером орбиты; $q_{\text{изл}} = \varepsilon \sigma T^4$ — тепловой поток, излучаемый нагретой поверхностью экрана; ε — интегральная полусферическая степень черноты.

Контактный теплообмен между слоями характеризуется контактными термическими сопротивлениями $R_p, l = 1, 2, \dots, L-1$, также являющимися функциями температуры:

$$\lambda_l(T_l(X_p, \tau)) \frac{\partial T_l(X_p, \tau)}{\partial x} = \lambda_{l+1}(T_{l+1}(X_p, \tau)) \frac{\partial T_{l+1}(X_p, \tau)}{\partial x};$$

$$l = 1, 2, \dots, L-1; \tau \in (\tau_{\min}, \tau_{\max}]; \quad (5)$$

$$-\lambda_l(T_l(X_p, \tau)) R_l(T_l(X_p, \tau)) \frac{\partial T_l(X_p, \tau)}{\partial x} = T_l(X_p, \tau) - T_{l+1}(X_p, \tau); l = 1, 2, \dots, L-1; \tau \in (\tau_{\min}, \tau_{\max}]. \quad (6)$$

Искомый вектор толщин слоев \bar{d} должен обеспечить минимум массы единицы площади поверхности покрытия, которая определяется функцией:

$$J(\bar{d}) = \sum_{l=1}^L \rho_l (d_l - d_{l-1}) = \bar{\rho}^T \bar{d}$$

при ограничениях

$$d_l > 0; l = 1, 2, \dots, L; T(X_p, \tau) \leq T_{\text{lim}}^l;$$

$$l = 1, 2, \dots, L; \tau \in (\tau_{\min}, \tau_{\max}]; \quad (7)$$

где T_{lim}^l — значения предельно допустимых температур на границах слоев ($X_p, l = 1, 2, \dots, L$).

Для определения толщин слоев многослойного теплозащитного экрана в данной работе использовалась вычислительная схема, сочетающая в себе метод штрафной функции [16] и метод спроектированного лагранжиана [17]. Первый из них, характеризуемый большой областью сходимости, применяется в качестве средства поиска хорошего начального приближения для метода спроектированного лагранжиана, обладающего отличными свойствами локальной сходимости.

Учитывая, что к ограничению $d_l > 0; l = 1, 2, \dots, L$ неприменимы функции внешней точки, в качестве штрафной функции удобно использовать обратную барьерную функцию, обеспечивающую приближенное решение задачи (7) внутри допустимой области. При этом вспомогательная функция, минимизируемая при фиксированном значении параметра штрафа, имеет вид:

$$P(\bar{d}, r) = J(\bar{d}) + r \sum_{l=1}^L \frac{1}{d_l} + r \sum_{i=1}^m \frac{1}{T_i(\bar{d})}, \quad (8)$$

где T_i — ограничения на температуру границ слоев, которые в результате конечно-разностной аппроксимации краевой задачи (1)–(6) на сетке с N_j узлами по времени представляются в виде:

$$T_i = T_{\text{lim}}^l - T(X_p, \tau_j); l = 1, 2, \dots, L; j = 1, 2, \dots, N_j.$$

Вспомогательная функция (8) минимизируется до тех пор, пока два последовательных значения P_k и P_{k+1} не станут такими, что $|(P_k - P_{k+1})/P_k| < \varepsilon$ и $r_k P(\bar{d}_k) < \varepsilon$, где $P(\bar{d}_k)$ — функция штрафа; ε — наперед

заданное значение погрешности решения задачи. Найденное таким образом приближение оптимального решения задачи затем уточняется методом спроектированного лагранжиана с квадратичной подзадачей.

Согласно данному методу, в искомой оптимальной точке \bar{d}^* достигается минимум функции Лагранжа $L(\bar{d}, \bar{\Psi}) = J(\bar{d}) - \bar{\Psi}^T \bar{T}$ ($\bar{\Psi}^T$ – вектор множителей Лагранжа; $\bar{T}(\bar{d})^T = \{T_{\text{lim}}^1 - T(X_p, \tau_1), \dots, T_{\text{lim}}^l - T(X_p, \tau_{N_j})\}$ – вектор ограничений) на множестве векторов, ортогональных градиентам активных в точке \bar{d}^* ограничений [18]. В дальнейшем t -мерный вектор, составленный из значений функций активных в точке \bar{d}^* ограничений, обозначается \bar{T} , а матрица их градиентов – A .

Очередное приближение оптимального вектора проектных параметров вычисляется как

$$\bar{d}^{i+1} = \bar{d}^i + \gamma^i \bar{p}^i,$$

где γ^i – длина шага вдоль направления \bar{p}^i .

Направление \bar{p}^i определяется как решение подзадачи, целевая функция которой представляет собой квадратичную аппроксимацию функции Лагранжа, а система ограничений определяет множество точек, в которых равна нулю линейная аппроксимация нелинейных ограничений \bar{T} [17]. Квадратичная подзадача имеет вид:

$$\text{найти } \min \Phi_L(\bar{d}) \quad (9)$$

$$\text{при ограничениях } A(\bar{d})\bar{p} \leq -\bar{T}, \quad (10)$$

где $\Phi_L = \bar{g}^T \bar{p} + \frac{1}{2} \bar{p}^T H \bar{p}$ – квадратичная аппроксимация функции Лагранжа;

$\bar{g} = \text{grad} J(\bar{d}) - A(\bar{d})^T \bar{\Psi}$ – градиент функции Лагранжа; $A(\bar{d})$ – матрица градиентов, активных в точке \bar{d} ограничений; H – приближение матрицы Гессе функции Лагранжа.

Система ограничений подзадачи (9) получена путем разложения функции \bar{T} в окрестности \bar{d} в ряд Тейлора:

$$\bar{T}(\bar{d}^*) = \bar{T}(\bar{d}, X_p, \tau_j) + A(\bar{d})(\bar{p}) + o(\|\bar{p}\|^2) = 0,$$

где $\bar{p} = \bar{d}^* - \bar{d}$.

Пренебрегая нелинейным слагаемым, получаем систему ограничений (10).

Оптимальный для квадратичной подзадачи (9) вектор \bar{p} выражается через матрицы Y и Z , первая из которых состоит из векторов базиса ранг-пространства $A(\bar{d})$, а вторая – из базисных векторов его ортогонального дополнения: $\bar{p} = Y\bar{p}_y + Z\bar{p}_z$.

Для допустимого вектора \bar{p} имеем

$$AY\bar{p}_y = -\bar{T}. \quad (11)$$

Составляющая \bar{p}_y , найденная из ограничений (11), будет одинаковой у всех допустимых векторов \bar{p} , отличаться они будут только составляющими \bar{p}_z , значения которых ничем не ограничены. Вектор \bar{p}_z должен доставлять безусловный минимум квадратичной аппроксимации функции Лагранжа Φ_L и может быть найден из системы:

$$Z^T H Z \bar{p}_z = -Z^T (\bar{g} + H Y \bar{p}_y).$$

Очередное приближение вектора множителей Лагранжа определяется из

$$H\bar{p} + \bar{g} = A^T \bar{\Psi}^T.$$

Значение длины шага γ^i определяется как приближенное решение задачи одномерной безусловной минимизации функции Лагранжа.

Найденная точка считается оптимальной, если выполнены следующие условия:

$$\begin{aligned} \frac{\gamma \|\bar{p}\|}{(1 + \|\bar{d}\|)} &\leq \varepsilon; \\ \frac{\|Z^T \bar{g}\|}{(1 + \max(1 + |J(\bar{d})|, \|\bar{g}_F(\bar{d})\|))} &\leq \varepsilon; \\ |T_j| &\leq \delta, \end{aligned}$$

где ε – наперед заданное значение погрешности решения задачи оптимизации; δ – заданное значение погрешности выполнения ограничений; $\bar{g}_F(\bar{d})$ – вектор, составленный из компонент градиента функции Лагранжа, соответствующих свободным переменным.

В качестве методического примера решена задача выбора толщин плоского двухслойного теплозащитного экрана (рис. 3), внешний обращенный к Солнцу слой которого изготовлен из УУКМ, а внутренний – из высокопористого ячеистого углеродного материала (ВПЯУ). Теплофизические характеристики материалов [19–22], используемые в расчетах, представлены в таблице.

Предполагается, что на экран воздействует внешний радиационный тепловой поток плотностью 600 000 Вт/м². Собственные тепловыделения КА малы и в расчетах не учитываются. Оптические характеристики покрытия внешней поверхности $A_s = 0,33$; $\varepsilon = 0,47$. Интегральная полусферическая степень черноты ВПЯУ составляет 0,63. Допустимая температура тыльной поверхности экрана принималась равной 350 К,

температура на границе слоев теплозащитного покрытия ограничивалась значением 1 650 К. Оптимальные толщины слоев УУКМ и ВПЯУ, полученные при данных условиях с округлением до целых, равны 1 и 156 мм, соответственно. Температура внешней поверхности экрана 1 651 К. Масса единицы площади поверхности покрытия составляет 9,24 кг.

Теплофизические характеристики материалов

Материал		УУКМ	ВПЯУ
Плотность, кг/м ³		1 440	50
Коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К) при T, К	300	4,91	0,02
	500	6,96	0,05
	700	7,22	0,09
	900	7,24	0,14
	1 100	7,37	0,19
	1 300	7,45	0,27
	1 500	7,66	0,36
	1 700	7,92	0,49
Объемная теплоемкость, кДж/(м ³ ·К) при T, К	300	981	34,77
	500	1 771	52,20
	700	2 184	64,94
	900	2 440	71,49
	1 100	2 592	74,65
	1 300	2 683	73,36
	1 500	2 757	80,25
	1 700	2 821	80,06

Примечание. УУКМ — углерод-углеродный композиционный материал; ВПЯУ — высокопористый ячеистый углеродный материал.

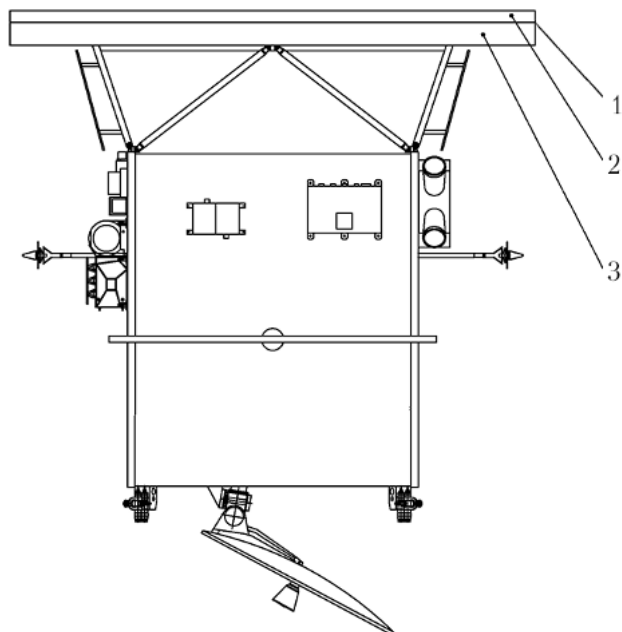


Рис. 3. Схема проектируемого теплозащитного экрана: 1 — теплозащитный экран; 2 — 1-й слой (УУКМ); 3 — 2-й слой (ВПЯУ)

Примечание. См. табл.

Оптимальные толщины слоев УУКМ и ВПЯУ, рассчитанные в предположении, что на экран воздействует тепловой поток плотностью 15 000 Вт/м², а остальные условия задачи остаются прежними, равны 1 и 27 мм, соответственно. При этом температура между слоями не превышает 640 К, а масса единицы площади поверхности покрытия составляет 2,79 кг.

Заключение

Полученные результаты подтверждают работоспособность и эффективность представленной вычислительной схемы, сочетающей методы штрафной функции и спроектированного лагранжиана с квадратичной подзадачей. Первый из них обладает большой областью сходимости и обеспечивает нахождение начального, приближенного решения внутри области, удовлетворяющей заданным ограничениям. Полученное приближение искомого решения затем уточняется быстро сходящимся методом спроектированного лагранжиана. Возможности применения предложенного алгоритма не исчерпываются решением конкретной задачи выбора оптимальных толщин слоев многослойного теплозащитного экрана солнечного зонда, рассмотренной в данной работе. Данный метод может быть использован для расчета широкого круга теплозащитных покрытий, функционирующих в условиях высокоинтенсивных нестационарных тепловых нагрузок.

Список литературы

1. Проект «Интергелиозонд» / Под ред. В.Д. Кузнецова // Труды рабочего совещания по проекту «Интергелиозонд», Таруса, 11–13 мая 2011 г. М.: Ротапринт ИКИ РАН, 2012. 192 с.
2. Космический комплекс «Интергелио-Зонд». НПО им. С.А. Лавочкина, 2018. Режим доступа: <http://www.laspaces.ru/projects/planets/igz> (дата обращения 15.01.2018 г.).
3. Платов И.В., Симонов А.В., Константинов М.С. Особенности разработки комбинированной двигательной установки и схемы полета космического аппарата «Интергелио-Зонд» // Вестник СибГАУ. 2015. Т. 16. № 1. С. 198–206.
4. Parker Solar Probe. The Johns Hopkins University Applied Physics Laboratory. Laurel, Maryland, 2018. Режим доступа: <http://parkersolarprobe.jhuapl.edu/The-Mission/index.php#Launch> (дата обращения 15.01.2018 г.).

5. Damasio C., De Filippis P., Draper C., Francesconi D., Wild D. *Solar orbiter heat shield thermal performance demonstrated on STM // 66th International Astronautical Congress, 12–16 October 2015, Jerusalem, Israel.* 14 p.
6. McComas D.J., Acton L.W., Balat-Pichelin M., Bothmer V., Dirling R.B. *Solar Probe Plus: Report of the Science and Technology Definition Team NASA/TM–2008–214161 / National Aeronautics and Space Administration, Goddard Space Flight Center. Greenbelt, Maryland, 2008.* 119 p.
7. Алексеев С.В., Аксенова И.В., Иванова Е.К., Харитоновна Е.В., Лохов А.А. К вопросу создания конструкции защитного теплового экрана космического аппарата «Интергелио-Зонд» // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2017. № 1(35). С. 64–67.
8. Parker Solar Probe. *The Johns Hopkins University Applied Physics Laboratory. Laurel, Maryland, 2018.* Режим доступа: <http://parkersolarprobe.jhuapl.edu/index.php#spacecraft> (дата обращения 15.01.2018 г.).
9. Щурик А.Г. Искусственные углеродные материалы. Пермь: Типография ПГУ, 2009. 342 с.
10. Васильев В.В., Протасов В.Д., Болотин В.В., Алфутов Н.А., Бейль А.И. и др. (всего 22 автора). Композиционные материалы. Справочник / Под общ. ред. В.В. Васильева, Ю.М. Тарнопольского. М.: Машиностроение, 1990. 512 с.
11. Мармер Э.Н. Материалы для высокотемпературных вакуумных установок. М.: Физматлит, 2007. 152 с.
12. Костиков В.И., Варенков А.Н. Сверхвысокотемпературные композиционные материалы. М.: Интернет Инжиниринг, 2003. 560 с.
13. Гаршин А.П., Гропянов В.М., Зайцев Г.П., Семенов С.С. Керамика для машиностроения. М.: Научтехлитиздат, 2003. 384 с.
14. Бутырин Г.М. Высокопористые углеродные материалы. М.: Химия, 1976. 192 с.
15. ULTRAMET *Advanced Materials Solutions. Ultramet. Pacoima, 2018.* Режим доступа: <http://ultramet.com/thermal-protection-system> (дата обращения 15.01.2018 г.).
16. Полак Э. Численные методы оптимизации. Единый подход. Пер. с англ. М.: Мир, 1974. 374 с.
17. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. Пер. с англ. М.: Мир, 1985. 509 с.
18. Nenarokomov A.V. *Design of a system of multilayer heat insulation of minimum mass // High Temperature. 1997. V. 35. P. 453–457.*
19. ULTRAMET *Advanced Materials Solutions. Ultramet. Pacoima, 2018.* Режим доступа: <http://ultramet.com/refractory-open-cell-foams-carbon-ceramic-and-metal/properties-of-foam-materials> (дата обращения 15.01.2018 г.).
20. Alifanov O.M., Budnik S.A., Nenarokomov A.V., Mikhailov V.V., Ydine V.M. *Identification of thermal properties of materials with applications for spacecraft structures // Inverse Problems in Science and Engineering. 2004. V. 12. P. 771–795.*
21. Свойства конструкционных материалов на основе углерода. Справочник / Под ред. В.П. Соседова. М.: Металлургия, 1975. 336 с.
22. Ohlhorst C.W., Vaughn W.L., Ransone P.O., Hwa-Tsu Tsou. *Thermal conductivity database of various structural carbon-carbon composite materials / NASA TM-4787. Langley Research Center. Hampton, 1997. 96 p.*
Статья поступила в редакцию 09.02.2018 г.

Reference

1. Proekt «Intergeliozond». *Trudy rabocheho soveshchaniya po proektu «Intergeliozond» [Interhelioprobe project. Proceeding of working meeting on the Interhelioprobe project]. Ed. by V.D. Kuznetsov. Tarusa, 11–13 May 2011. Moscow, IKI RAN publ., 2012. 192 p.*
2. *Kosmicheskiiy kompleks «Intergelio-Zond» [Space system Interhelioprobe]. NPO im. S.A. Lavochkina, 2018. Available at: <http://www.laspace.ru/projects/planets/igz> (accessed 15.01.2018).*
3. Platov I.V., Simonov A.V., Konstantinov M.S. *Osobennosti razrabotki kombinirovannoy dvigatel'noy ustanovki i skhemy poleta kosmicheskogo apparata «Intergelio-Zond» [Aspects of development of the combined propulsion system and mission profile for the Interhelioprobe spacecraft]. Vestnik SibGAU, 2015, vol. 16, no. 1, pp. 198–206.*

4. *Parker Solar Probe. The Johns Hopkins University Applied Physics Laboratory. Laurel, Maryland, 2018. Available at: <http://parkersolarprobe.jhuapl.edu/The-Mission/index.php#Launch> (accessed 15.01.2018).*
5. *Damasio C., De Filippis P., Draper C., Francesconi D., Wild D. Solar orbiter heat shield thermal performance demonstrated on STM. 66th International Astronautical Congress, 12–16 October 2015, Jerusalem, Israel. 14 p.*
6. *McComas D.J., Acton L.W., Balat-Pichelin M., Bothmer V., Dirling R.B. Solar Probe Plus: Report of the Science and Technology Definition Team NASA/TM–2008–214161. National Aeronautics and Space Administration, Goddard Space Flight Center. Greenbelt, Maryland, 2008. 119 p.*
7. *Alekseev S.V., Aksenova I.V., Ivanova E.K., Haritonova E.V., Lohov A.A. K voprosu sozdaniya konstruktsii zashchitnogo teplovogo ekrana kosmicheskogo apparata «Intergelio-Zond» [On the question of developing the design of the heat shield for Interhelioprobe spacecraft]. *Vestnik NPO im. S.A. Lavochkina*, 2017, no. 1(35), pp. 64–67.*
8. *Parker Solar Probe. The Johns Hopkins University Applied Physics Laboratory. Laurel, Maryland, 2018. Available at: <http://parkersolarprobe.jhuapl.edu/index.php#spacecraft> (accessed 15.01.2018).*
9. *Shchurik A.G. Iskusstvennye uglerodnye materialy [Artificial carbon materials]. Perm': PGU publ., 2009. 342 p.*
10. *Vasil'ev V.V., Protasov V.D., Bolotin V.V., Alfutov N.A., Beyl' A.I. etc. (altogether 22 authors). Kompozitsionnye materialy. Spravochnik. [Composite materials: Handbook]. Ed. by V.V. Vasil'ev, Yu.M. Tarnopol'skiy. Moscow, Mashinostroenie publ., 1990. 512 p.*
11. *Marmer E.N. Materialy dlya vysokotemperaturnykh vakuumnykh ustanovok [Materials for high-temperature vacuum installations]. Moscow, Fizmatlit publ., 2007. 152 p.*
12. *Kostikov V.I., Varenkov A.N. Sverkhvysokotemperaturnye kompozitsionnye materialy [Super high temperature composite materials]. Moscow, Intermet Inzhiniring publ., 2003. 560 p.*
13. *Garshin A.P., Gropyanov V.M., Zaytsev G.P., Semenov S.S. Keramika dlya mashinostroeniya [Engineering ceramics]. Moscow, Nauchtekhlitizdat publ., 2003. 384 p.*
14. *Butyrin G.M. Vysokoporistye uglerodnye materialy [High-porosity carbon materials]. Moscow, Khimiya publ., 1976. 192 p.*
15. *ULTRAMET Advanced Materials Solutions. Ultramet. Pacoima, 2018. Available at: <http://ultramet.com/thermal-protection-system> (accessed 15.01.2018).*
16. *Polak E. Chislennyye metody optimizatsii. Edinyy podhod [Numerical methods of optimization. Common approach]. Moscow, Mir publ., 1974. 374 p.*
17. *Gill F., Myurrey U., Rayt M. Prakticheskaya optimizatsiya [Practical optimization]. Moscow, Mir publ., 1985. 509 p.*
18. *Nenarokomov A.V. Design of a system of multilayer heat insulation of minimum mass. High Temperature, 1997, vol. 35, pp. 453–457.*
19. *ULTRAMET Advanced Materials Solutions. Ultramet. Pacoima, 2018. Available at: <http://ultramet.com/refractory-open-cell-foams-carbon-ceramic-and-metal/properties-of-foam-materials> (accessed 15.01.2018).*
20. *Alifanov O.M., Budnik S.A., Nenarokomov A.V., Mikhailov V.V., Ydine V.M. Identification of thermal properties of materials with applications for spacecraft structures. Inverse Problems in Science and Engineering, 2004, vol. 12, pp. 771–795.*
21. *Svoystva konstruktsionnykh materialov na osnove ugleroda. Spravochnik [Properties of the carbon-based structural materials. Handbook]. Ed. by V.P. Sosedov. Moscow, Metallurgiya publ., 1975. 336 p.*
22. *Ohlhorst C.W., Vaughn W.L., Ransone P.O., Hwa-Tsu Tsou. Thermal conductivity database of various structural carbon-carbon composite materials. NASA TM-4787. Langley Research Center, Hampton, 1997. 96 p.*