

СИНТЕЗ АДАПТИВНОГО АЛГОРИТМА УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ КОСМИЧЕСКОЙ ПЛАТФОРМЫ С ВРАЩАЮЩИМСЯ СОЛНЕЧНЫМ ПАРУСОМ

© 2017 г. Богданов К.А.^{1,2}, Тимаков С.Н.^{1,2}

¹Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С.П. Королёва (РКК Энергия)
Ул. Ленина, 4А, г. Королёв, Московская обл., Российская Федерация, 141070,
e-mail: post@rsc.ru

²Московский физико-технический институт (государственный университет) (МФТИ)
Институтский пер., 9, г. Долгопрудный, Московская обл., Российская Федерация, 141700,
e-mail: info@mipt.ru

Рассмотрена задача построения адаптивного закона управления с настраиваемой моделью для управления угловым движением космического аппарата при неполном составе измерений вектора состояния и параметрической неопределенности объекта управления. В качестве объекта управления рассматривалась космическая платформа с вращающимся солнечным парусом. Конструкция космического аппарата включает в себя солнечный парус в виде вращающегося пленочного диска с центральной жесткой вставкой, приборный отсек с целевой аппаратурой и компенсирующий силовой гироскоп с регулируемой скоростью вращения ротора. Синтез регулятора (обратной связи) и адаптивного наблюдателя осуществлен с использованием метода последовательного замыкания мод движения (модифицированного метода модального управления, представляющего собой итеративный численный алгоритм, позволяющий работать с динамическими системами большой размерности). Проведено математическое моделирование этапа гашения начальных угловых скоростей космического аппарата, результаты которого демонстрируют эффективность рассматриваемых адаптивных алгоритмов управления и численных процедур модального управления.

Ключевые слова: адаптивный наблюдатель, настраиваемая модель, параметрическая неопределенность, модальное управление, космическая платформа с солнечным парусом.

SYNTHESIS OF ADAPTIVE ALGORITHM TO CONTROL MOTION OF THE SPACE PLATFORM WITH A ROTATING SOLAR SAIL

Bogdanov K.A.^{1,2}, Timakov S.N.^{1,2}

¹S.P. Korolev Rocket and Space Public Corporation Energia (RSC Energia)
4A Lenin str., Korolev, Moscow region, 141070, Russian Federation, *e-mail: post@rsc.ru*

²Moscow Institute of Physics and Technology (State University) (MIPT)
9 Institutskiy per., Dolgoprudny, Moscow region, 141700, Russian Federation, *e-mail: info@mipt.ru*

The task of constructing an adaptive control law with a model adjustable for the spacecraft angular motion control with incomplete measurements of the state vector and parametric uncertainty of the control object has been considered. A space platform with a rotating solar sail was studied as the control object. The spacecraft structure consists of a solar sail as a rotating film disk with the central rigid insert, the instrument compartment with the payload equipment and a compensating powered gyro with a controlled rotor rate. The synthesis of the (feedback) controller and the adaptive observer is made using the motion modes sequential interlocking

method (the modified modal control method which is an iterative numerical algorithm allowing to operate with dynamic systems of large dimensions). Mathematical simulation of the phase of the initial angular velocity cancellation of spacecraft has been provided, the results of which demonstrate the effectiveness of the considered adaptive control algorithms and numerical modal control procedures.

Key words: *adaptive observer, adjustable model, parametric uncertainty, modal control, space platform with solar sail.*



БОГДАНОВ К.А.



ТИМАКОВ С.Н.

БОГДАНОВ Кирилл Андреевич — аспирант МФТИ, инженер РКК «Энергия»,
e-mail: kirill.bogdanov@rsce.ru
BOGDANOV Kirill Andreevich — Post-graduate at MIPT, Engineer at RSC Energia,
e-mail: kirill.bogdanov@rsce.ru

ТИМАКОВ Сергей Николаевич — доктор технических наук, ведущий научный сотрудник РКК «Энергия», профессор факультета аэрофизики и космических исследований МФТИ,
e-mail: sergey.timakov@rsce.ru
TIMAKOV Sergey Nikolaevich — Doctor of Science (Engineering), Lead research scientist at RSC Energia, Professor of the Department of aerophysics and space research, MIPT,
e-mail: sergey.timakov@rsce.ru

Введение. Постановка задачи

Одним из актуальных направлений разработки алгоритмов управления движением летательных аппаратов является адаптивное управление с настраиваемой моделью, суть которого заключается в одновременном изучении объекта и управлении им. Подобные задачи возникают в случаях параметрической неопределенности объекта управления, когда один или несколько параметров системы считаются неизвестными. В данной работе таким объектом является космическая платформа с вращающимся солнечным парусом. Один из параметров, входящих в уравнения движения космического аппарата (КА), — коэффициент жесткости центральной вставки пленочного диска паруса — считается неизвестным и подлежит идентификации. Цель — вывести адаптивный закон управления космической платформой с солнечным парусом, который бы обеспечивал асимптотическую устойчивость переменным вектора состояния

объекта и осуществлял подстройку неизвестного параметра системы.

Для построения закона управления воспользуемся методом модального управления, т. е. заранее зададим эталонный характеристический полином системы, который обеспечит желаемые свойства переходным процессам системы (асимптотическую устойчивость), и подберем коэффициенты обратной связи и весовые коэффициенты адаптивного наблюдателя таким образом, чтобы полином замкнутой системы совпадал с эталонным. Для поиска числовых значений матрицы обратной связи и матрицы весовых коэффициентов, которые обеспечат замкнутой системе желаемое расположение корней, будем использовать метод последовательного замыкания мод движения.

Для подтверждения правильности полученных результатов проведем математическое моделирование углового движения космической платформы в режиме гашения начальных угловых скоростей.

Конструкция космической платформы с солнечным парусом. Система координат

Космическая платформа с солнечным парусом представляет собой собственно вращающийся солнечный парус в виде пленочного диска с центральной жесткой вставкой, приборный отсек с датчиковой аппаратурой системы управления движением и навигации и компенсирующий силовой гироскоп в подвесе Гука (внутреннем кардановом подвесе). Внутренний карданов подвес обладает управляемыми и контролируемыми углами поворота, что позволяет отклонять ось вращения ротора гироскопа от оси вращения центральной жесткой вставки паруса для создания управляющего гироскопического момента. Центральная вставка выполнена в виде вантовой конструкции и служит для передачи момента импульса солнечного паруса приборному отсеку [1].

Введем систему координат $OXYZ$ так, чтобы оси координат были связаны с осями чувствительности датчиковой аппаратуры (рис. 1). Ось OX направим в сторону вращения ротора силового гироскопа, ось OY будет лежать в плоскости вращения центральной вставки, а ось OZ дополнит систему координат до правой тройки [2].

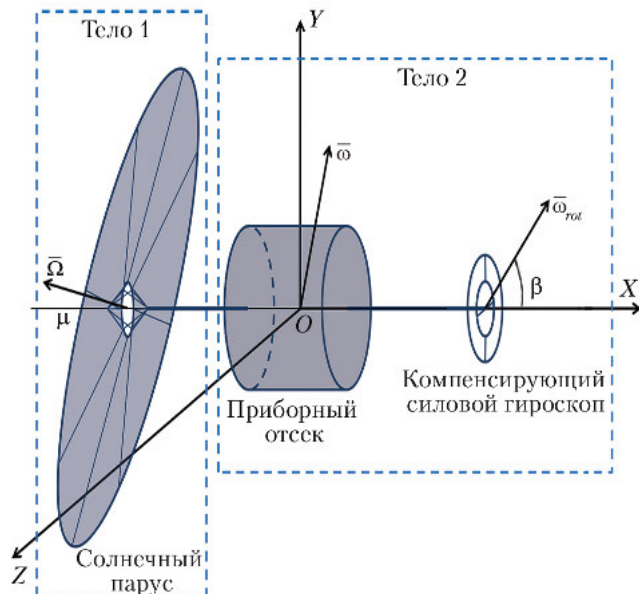


Рис. 1. Динамическая схема объекта управления: $\bar{\Omega}$ – вектор угловой скорости вращения паруса; $\bar{\omega}$ – вектор угловой скорости КА; $\bar{\omega}_{rot}$ – угловая скорость прецессии силового гироскопа

Уравнения движения

Для описания динамики объекта управления «разобьем» его на два тела: тело 1 – солнечный парус, тело 2 – приборный отсек и силовой гироскоп в подвесе Гука (рис. 1).

Рассмотрим тело 1. В работе [1] было доказано, что 99,9% массы мембранного диска солнечного паруса совершают колебания на первых двух гироскопически связанных модах движения, поэтому динамическое поведение солнечного паруса с большой степенью точности можно представить динамикой одного гироскопа в упругом подвесе. Исходя из этого, выражение, описывающее кинетический момент тела 1, будет выглядеть следующим образом

$$\bar{h}_1 = MJ_1(\bar{\Omega} + M^T\omega),$$

где $M = \begin{bmatrix} 1 & -\mu_z & \mu_y \\ \mu_z & 1 & -\mu_x \\ -\mu_y & \mu_x & 1 \end{bmatrix}$ – матрица малого

поворота вектора угловой скорости;

$$J_1 = \begin{bmatrix} J_A & 0 & 0 \\ 0 & J_C & 0 \\ 0 & 0 & J_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 122350 & 0 & 0 \\ 0 & 61175 & 0 \\ 0 & 0 & 61175 \end{bmatrix} \text{ кг}\cdot\text{м}^2 -$$

приведенный момент инерции паруса ($J_A = 2J_C$);

$$\bar{\omega} = \begin{bmatrix} \dot{\phi}_x \\ \dot{\phi}_y \\ \dot{\phi}_z \end{bmatrix} - \text{угловая скорость КА; } \bar{\Omega} = \begin{bmatrix} -\Omega + \dot{\mu}_x \\ \dot{\mu}_y \\ \dot{\mu}_z \end{bmatrix} -$$

относительная угловая скорость вращения паруса ($\Omega = 0,5 \text{ рад/с}$).

Кинетический момент тела 2 равен

$$\bar{h}_2 = J_2\bar{\omega} + V\bar{H},$$

$$\text{где } J_2 = \begin{bmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 800 & 0 & 0 \\ 0 & 1200 & 0 \\ 0 & 0 & 1200 \end{bmatrix} \text{ кг}\cdot\text{м}^2 -$$

момент инерции КА (далее положим

$$J_y = J_z = J); V = \begin{bmatrix} 1 & -\beta_z & \beta_y \\ \beta_z & 1 & -\beta_x \\ -\beta_y & \beta_x & 1 \end{bmatrix} - \text{матрица малого}$$

поворота вектора угловой скорости ротора

$$\text{гироскопа; } \bar{H} = \begin{bmatrix} H \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \text{кинетический момент}$$

ротора силового гироскопа в связанной с ним системе координат ($H = A\Omega$ согласно закону сохранения кинетического момента).

Применяя теорему об изменении кинетического момента ко всему объекту управления и отдельно к парусу и пренебрегая

моментами сил солнечного давления, получим следующую систему уравнений, описывающую динамику движения КА:

$$\begin{cases} (\dot{\bar{h}}_1 + \dot{\bar{h}}_2) + \bar{\omega} \times (\bar{h}_1 + \bar{h}_2) = 0, \\ \dot{\bar{h}}_1 + \bar{\omega} \times \bar{h}_1 = -k^2 J_C \bar{\mu}, \end{cases}$$

коэффициент жесткости центральной жесткой вставки k^2 считается неизвестным, его приблизительное значение вычисляется по формуле

$$k_2 \approx \frac{(3 + \varepsilon)^2 a^2}{2(1 + \varepsilon) R^2} \Omega^2 \approx 0,01 \text{ с}^{-2},$$

где $\varepsilon = 0,4$ — коэффициент Пуассона; $a = 5$ м и $R = 50$ м — внутренний и внешний радиусы пленочного диска солнечного паруса, соответственно [1].

Расписывая уравнения закона сохранения момента импульса покомпонентно, проведя линеаризацию с точностью до второго порядка малости, а также полагая, что вокруг оси OX система управления достаточно точно удерживает аппарат, получаем уравнения движения КА вокруг осей OY и OZ .

$$\begin{cases} \Omega \dot{\mu}_z + \ddot{\mu}_y + (1 + \frac{J}{J_C}) \dot{\omega}_y + 2\Omega \dot{\beta}_z = 0, \\ -\Omega \dot{\mu}_y + \ddot{\mu}_z + (1 + \frac{J}{J_C}) \dot{\omega}_z - 2\Omega \dot{\beta}_y = 0, \\ 2\Omega \dot{\mu}_z + \ddot{\mu}_y + \dot{\omega}_y - 2\Omega \omega_z + k^2 \mu_y = 0, \\ -2\Omega \dot{\mu}_y + \ddot{\mu}_z + \dot{\omega}_z + 2\Omega \omega_y + k^2 \mu_z = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Переход в пространство состояний. Описание адаптивного наблюдателя

Перейдем к описанию объекта управления в пространстве состояний, для этого введем следующие векторы: состояния $\bar{x} = [\omega_y \ \omega_z \ \mu_y \ \dot{\mu}_y \ \mu_z \ \dot{\mu}_z]^T$ и управления $\bar{u} = [\dot{\beta}_y \ \dot{\beta}_z]^T$. Выразим производные переменных вектора состояния $\dot{\omega}_y, \dot{\omega}_z, \dot{\mu}_y$ и $\dot{\mu}_z$ через компоненты векторов состояния и управления: сначала выделим $\dot{\omega}_y$ и $\dot{\omega}_z$ из второй пары уравнений системы (1)

$$\begin{cases} \dot{\omega}_y = -2\Omega \dot{\mu}_z - \ddot{\mu}_y + 2\Omega \omega_z - k^2 \mu_y, \\ \dot{\omega}_z = 2\Omega \dot{\mu}_y - \ddot{\mu}_z - 2\Omega \omega_y - k^2 \mu_z, \end{cases}$$

подставляя полученные соотношения в первую пару уравнений системы (1), получим выражения для производных $\ddot{\mu}_y$ и $\ddot{\mu}_z$:

$$\begin{cases} \ddot{\mu}_y = 2(1 + \frac{J_C}{J}) \Omega \omega_z - k^2(1 + \frac{J_C}{J}) \mu_y + \\ + 2\Omega \dot{\mu}_z + \frac{2\Omega J_C}{J} \dot{\beta}_z, \\ \ddot{\mu}_z = -2(1 + \frac{J_C}{J}) \Omega \omega_y - 2\Omega \dot{\mu}_y - \\ - k^2(1 + \frac{J_C}{J}) \mu_z - \frac{2\Omega J_C}{J} \dot{\beta}_y. \end{cases}$$

С учетом полученных соотношений выражения для производных $\dot{\omega}_y$ и $\dot{\omega}_z$ будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{\omega}_y = -\frac{2\Omega J_C}{J} \omega_z + \frac{J_C k^2}{J} \mu_y - \frac{2\Omega J_C}{J} \dot{\beta}_z, \\ \dot{\omega}_z = \frac{2\Omega J_C}{J} \omega_y + \frac{J_C k^2}{J} \mu_z + \frac{2\Omega J_C}{J} \dot{\beta}_y. \end{cases}$$

Добавив к полученным выражениям для производных $\dot{\omega}_y, \dot{\omega}_z, \dot{\mu}_y$ и $\dot{\mu}_z$ следующие два тождества:

$$\begin{cases} \dot{\mu}_y = \dot{\mu}_y, \\ \dot{\mu}_z = \dot{\mu}_z, \end{cases}$$

получим систему из шести уравнений, левая часть которой содержит первые производные компонент вектора состояния $\dot{\bar{x}} = [\dot{\omega}_y \ \dot{\omega}_z \ \dot{\mu}_y \ \dot{\mu}_z \ \mu_y \ \mu_z]^T$, а правая часть — линейную комбинацию компонент вектора состояния \bar{x} и вектора управления \bar{u} :

$$\begin{cases} \dot{\omega}_y = -\frac{2\Omega J_C}{J} \omega_z + \frac{J_C k^2}{J} \mu_y - \frac{2\Omega J_C}{J} \dot{\beta}_z, \\ \dot{\omega}_z = \frac{2\Omega J_C}{J} \omega_y + \frac{J_C k^2}{J} \mu_z + \frac{2\Omega J_C}{J} \dot{\beta}_y, \\ \dot{\mu}_y = \dot{\mu}_y, \\ \dot{\mu}_z = \dot{\mu}_z, \\ \ddot{\mu}_y = 2(1 + \frac{J_C}{J}) \Omega \omega_z - k^2(1 + \frac{J_C}{J}) \mu_y + \\ + 2\Omega \dot{\mu}_z + \frac{2\Omega J_C}{J} \dot{\beta}_z, \\ \ddot{\mu}_z = -2(1 + \frac{J_C}{J}) \Omega \omega_y - 2\Omega \dot{\mu}_y - \\ - k^2(1 + \frac{J_C}{J}) \mu_z + \frac{2\Omega J_C}{J} \dot{\beta}_y. \end{cases}$$

Полученную систему дифференциальных уравнений легко представить в векторно-матричном виде, объединив производные в левой части в вектор $\dot{\bar{x}}$, а переменные в правой части — в векторы \bar{x} и \bar{u} .

$$A_s = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{2\Omega J_c}{J} & \frac{J_c k^2}{J} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2\Omega J_c}{J} & 0 & 0 & 0 & \frac{J_c k^2}{J} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2(1 + \frac{J_c}{J})\Omega & -k^2(1 + \frac{J_c}{J}) & 0 & 0 & 2\Omega \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2(1 + \frac{J_c}{J})\Omega & 0 & 0 & -2\Omega & -k^2(1 + \frac{J_c}{J}) & 0 \end{bmatrix}; B_s = \frac{2\Omega J_c}{J} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, система уравнений (1) в пространстве состояний будет иметь следующий вид

$$\dot{\bar{x}} = A_s \bar{x} + B_s \bar{u}, \quad (2)$$

где A_s — матрица системы, B_s — матрица управления:

Перейдем от дифференциальных уравнений к конечно-разностным. Для этого рассмотрим решение уравнения (2), записанное в общем виде

$$\bar{x}(t) = \Phi(t, t_0)\bar{x}(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) B_s \bar{u}(\tau) d\tau.$$

Здесь $\Phi(t, t_0)$ — фундаментальная матрица решений, τ — переменная интегрирования. Далее распишем $\Phi(t, t_0)$ через матричную экспоненту

$$\begin{aligned} \Phi(t, t_0) &= e^{A_s(t-t_0)} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i!} (A_s(t-t_0))^i = \\ &= I + A_s(t-t_0) + \frac{A_s^2(t-t_0)^2}{2} + \dots, \end{aligned} \quad (3)$$

где I — единичная матрица соответствующей размерности.

Если известно значение вектора состояния в момент времени t_0 , то в момент $t_0 + h$

вектор состояния согласно формуле (3) определяется следующим выражением

$$\bar{x}(t_0 + h) = e^{A_s h} \bar{x}(t_0) + \int_{t_0}^{t_0+h} e^{A_s(t_0+h-\tau)} B_s \bar{u}(\tau) d\tau. \quad (4)$$

При достаточно малых значениях h выражение (4) можно описать в приближенной форме следующим образом:

$$\bar{x}(t_0 + h) = (I + A_s h) \bar{x}(t_0) + h B_s \bar{u}(t_0). \quad (5)$$

Обозначим в выражении (5) $\bar{x}(t_0)$ как \bar{x}_n (вектор состояния на n -ом такте); $\bar{x}(t_0 + h) = \bar{x}_{n+1}$ (вектор состояния на такте $n + 1$); $\bar{u}_n = \bar{u}(t_0)$ — вектор управления на n -ом такте; $A = I + A_s h$ — матрица переходных состояний; $B = h B_s$ — матрица управления для дискретной системы. В результате получим следующую систему конечно-разностных уравнений, описывающую динамику объекта управления:

$$\begin{cases} \omega_y^{n+1} = \omega_y^n - \frac{2\Omega J_c h}{J} \omega_z^n + \frac{J_c k^2 h}{J} \mu_y^n - \frac{2\Omega J_c h}{J} \dot{\beta}_z^n, \\ \omega_z^{n+1} = \omega_z^n + \frac{2\Omega J_c h}{J} \omega_y^n + \frac{J_c k^2 h}{J} \mu_z^n + \frac{2\Omega J_c h}{J} \dot{\beta}_y^n, \\ \mu_y^{n+1} = \mu_y^n + h \dot{\mu}_y^n, \\ \dot{\mu}_y^{n+1} = \dot{\mu}_y^n + 2(1 + \frac{J_c}{J})\Omega h \omega_z^n - k^2(1 + \frac{J_c}{J}) h \mu_y^n + 2\Omega h \dot{\mu}_z^n + \frac{2\Omega J_c h}{J} \dot{\beta}_z^n, \\ \mu_z^{n+1} = \mu_z^n + h \dot{\mu}_z^n, \\ \dot{\mu}_z^{n+1} = \dot{\mu}_z^n - 2(1 + \frac{J_c}{J})\Omega h \omega_y^n - k^2(1 + \frac{J_c}{J}) h \mu_z^n - 2\Omega h \dot{\mu}_y^n - \frac{2\Omega J_c h}{J} \dot{\beta}_y^n, \end{cases} \quad (6)$$

или в матричном виде

$$\bar{x}_{n+1} = A\bar{x}_n + B\bar{u}_n,$$

$$\left. \begin{aligned} \text{где } \bar{x}_n^T &= [\omega_y^n \quad \omega_z^n \quad \mu_y^n \quad \dot{\mu}_y^n \quad \mu_z^n \quad \dot{\mu}_z^n]; \\ \bar{u}_n^T &= [\dot{\beta}_y^n \quad \dot{\beta}_z^n]; \end{aligned} \right\}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{2h\Omega J_c}{J} & \frac{hJ_c k^2}{J} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2h\Omega J_c}{J} & 1 & 0 & 0 & \frac{hJ_c k^2}{J} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h & 0 & 0 \\ 0 & 2h(1 + \frac{J_c}{J})\Omega & -hk^2(1 + \frac{J_c}{J}) & 1 & 0 & 2h\Omega \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & h \\ -2h(1 + \frac{J_c}{J})\Omega & 0 & 0 & -2h\Omega & -hk^2(1 + \frac{J_c}{J}) & 1 \end{bmatrix};$$

$$B = \frac{2h\Omega J_c}{J} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Перейдем к описанию настраиваемой бортовой модели КА, которую в дальнейшем будем называть в соответствии с общепринятой терминологией адаптивным наблюдателем. Адаптивный наблюдатель представляет

собой бортовую модель, содержащую уравнения оценок вектора состояния и оценок неизвестных параметров системы. В данном случае уравнения бортовой модели имеют следующий вид:

$$\left\{ \begin{aligned} \hat{\omega}_y^{n+1} &= \hat{\omega}_y^n - \frac{2\Omega J_c h}{J} \hat{\omega}_z^n + \frac{J_c \hat{K}^n h}{J} \hat{\mu}_y^n - \frac{2\Omega J_c h}{J} \dot{\beta}_z^n + W_{11}(\omega_y^n - \hat{\omega}_y^n) + W_{12}(\omega_z^n - \hat{\omega}_z^n), \\ \hat{\omega}_z^{n+1} &= \hat{\omega}_z^n + \frac{2\Omega J_c h}{J} \hat{\omega}_y^n + \frac{J_c \hat{K}^n h}{J} \hat{\mu}_z^n + \frac{2\Omega J_c h}{J} \dot{\beta}_y^n + W_{21}(\omega_y^n - \hat{\omega}_y^n) + W_{22}(\omega_z^n - \hat{\omega}_z^n), \\ \hat{\mu}_y^{n+1} &= \hat{\mu}_y^n + h\dot{\mu}_y^n + W_{31}(\omega_y^n - \hat{\omega}_y^n) + W_{32}(\omega_z^n - \hat{\omega}_z^n), \\ \hat{\mu}_y^{n+1} &= \hat{\mu}_y^n + 2(1 + \frac{J_c}{J})\Omega h \hat{\omega}_z^n - \hat{K}^n(1 + \frac{J_c}{J})h\hat{\mu}_y^n + 2\Omega h\dot{\mu}_z^n + \frac{2\Omega J_c h}{J} \dot{\beta}_z^n + W_{41}(\omega_y^n - \hat{\omega}_y^n) + W_{42}(\omega_z^n - \hat{\omega}_z^n), \\ \hat{\mu}_z^{n+1} &= \hat{\mu}_z^n + h\dot{\mu}_z^n + W_{51}(\omega_y^n - \hat{\omega}_y^n) + W_{52}(\omega_z^n - \hat{\omega}_z^n), \\ \hat{\mu}_z^{n+1} &= \hat{\mu}_z^n - 2(1 + \frac{J_c}{J})\Omega h \hat{\omega}_y^n - \hat{K}^n(1 + \frac{J_c}{J})h\hat{\mu}_z^n - 2\Omega h\dot{\mu}_y^n - \frac{2\Omega J_c h}{J} \dot{\beta}_y^n + W_{61}(\omega_y^n - \hat{\omega}_y^n) + W_{62}(\omega_z^n - \hat{\omega}_z^n), \\ \hat{K}^{n+1} &= \hat{K}^n + W_{71}(\omega_y^n - \hat{\omega}_y^n) + W_{72}(\omega_z^n - \hat{\omega}_z^n), \end{aligned} \right. \quad (7)$$

где W_{ij} — элементы матрицы весовых коэффициентов, обеспечивающие сходимость оценки вектора состояния к его реальному значению; $\hat{\omega}_y^n, \hat{\omega}_z^n, \hat{\mu}_y^n, \hat{\mu}_z^n, \dot{\mu}_y^n, \dot{\mu}_z^n$ — компоненты

оценок вектора состояния на n -ном такте; \hat{K}^n — оценка коэффициента жесткости центральной вставки (k^2) на n -ном такте.

В соответствии с общепринятыми правилами, в матричном виде система уравнений (7) представляется следующим образом:

$$\hat{\bar{x}}_{n+1} = \hat{A}_n \hat{\bar{x}}_n + B \bar{u}_n + W(\bar{y}_n - C \hat{\bar{x}}_n);$$

$$\bar{y}_n = C \bar{x}_n,$$

где $\hat{\bar{x}}_n = [\hat{\omega}_y^n \hat{\omega}_z^n \hat{\mu}_y^n \hat{\mu}_z^n \hat{\dot{\mu}}_y^n \hat{\dot{\mu}}_z^n \hat{K}^n]^T$ – вектор оценок, содержащий оценки компонент вектора состояния и неизвестных параметров системы

(в данном случае \hat{K}^n); \bar{y}_n – вектор измерений;

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ – матрица измерений;}$$

$$W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{21} & W_{31} & W_{41} & W_{51} & W_{61} & W_{71} \\ W_{12} & W_{22} & W_{32} & W_{42} & W_{52} & W_{62} & W_{72} \end{bmatrix}^T \text{ –}$$

матрица весовых коэффициентов; \hat{A}_n – матрица системы для бортовой модели:

$$\hat{A}_n = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{2h\Omega J_C}{J} & \frac{hJ_C \hat{K}^n}{J} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2h\Omega J_C}{J} & 1 & 0 & 0 & \frac{hJ_C \hat{K}^n}{J} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2h(1 + \frac{J_C}{J})\Omega & -h\hat{K}^n(1 + \frac{J_C}{J}) & 1 & 0 & 2h\Omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & h & 0 & 0 \\ -2h(1 + \frac{J_C}{J})\Omega & 0 & 0 & -2h\Omega & -h\hat{K}^n(1 + \frac{J_C}{J}) & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Вычитая (7) из (6) и проводя линеаризацию, получаем систему уравнений в невязках (невязка – разница между

реальным значением переменной и значением этой переменной в бортовой модели):

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{\omega}_y^{n+1} &= \tilde{\omega}_y^n - \frac{2\Omega J_C h}{J} \tilde{\omega}_z^n + \frac{J_C \hat{K}^n h}{J} \tilde{\mu}_y^n + \frac{J_C \tilde{K}^n h}{J} \hat{\mu}_y^n - W_{11} \tilde{\omega}_y - W_{12} \tilde{\omega}_z, \\ \tilde{\omega}_z^{n+1} &= \tilde{\omega}_z^n + \frac{2\Omega J_C h}{J} \tilde{\omega}_y^n + \frac{J_C \hat{K}^n h}{J} \tilde{\mu}_z^n + \frac{J_C \tilde{K}^n h}{J} \hat{\mu}_z^n - W_{21} \tilde{\omega}_y - W_{22} \tilde{\omega}_z, \\ \tilde{\mu}_y^{n+1} &= \tilde{\mu}_y^n + h \dot{\tilde{\mu}}_y^n - W_{31} \tilde{\omega}_y - W_{32} \tilde{\omega}_z, \\ \dot{\tilde{\mu}}_y^{n+1} &= \dot{\tilde{\mu}}_y^n + 2(1 + \frac{J_C}{J})\Omega h \tilde{\omega}_z^n - \hat{K}^n(1 + \frac{J_C}{J})h \tilde{\mu}_y^n - \tilde{K}^n(1 + \frac{J_C}{J})h \hat{\mu}_y^n + 2\Omega h \dot{\tilde{\mu}}_z^n - W_{41} \tilde{\omega}_y - W_{42} \tilde{\omega}_z, \\ \tilde{\mu}_z^{n+1} &= \tilde{\mu}_z^n + h \dot{\tilde{\mu}}_z^n - W_{31} \tilde{\omega}_y - W_{32} \tilde{\omega}_z, \\ \dot{\tilde{\mu}}_z^{n+1} &= \dot{\tilde{\mu}}_z^n - 2(1 + \frac{J_C}{J})\Omega h \tilde{\omega}_y^n - \hat{K}^n(1 + \frac{J_C}{J})h \tilde{\mu}_z^n - \tilde{K}^n(1 + \frac{J_C}{J})h \hat{\mu}_z^n - 2\Omega h \dot{\tilde{\mu}}_y^n - W_{61} \tilde{\omega}_y - W_{62} \tilde{\omega}_z, \\ \tilde{K}^{n+1} &= \tilde{K}^n - W_{71} \tilde{\omega}_y - W_{72} \tilde{\omega}_z \end{aligned} \right.$$

или в матричном виде:

$$\tilde{\bar{x}}_{n+1} = (A_k - WC) \tilde{\bar{x}}_n,$$

где $\tilde{\bar{x}}_n^T = [\bar{x}_n^T \ k^2]$ – $\tilde{\bar{x}}_n^T = [\tilde{\omega}_y^n \ \tilde{\omega}_z^n \ \tilde{\mu}_y^n \ \dot{\tilde{\mu}}_y^n \ \tilde{\mu}_z^n \ \dot{\tilde{\mu}}_z^n \ \tilde{K}^n]^T$ – вектор невязок;

$$A_k = \left[\begin{array}{cccccc|cccc} 1 & -\frac{2h\Omega J_c}{J} & \frac{hJ_c \hat{K}^n}{J} & 0 & 0 & 0 & \frac{hJ_c \hat{\mu}_y^n}{J} \\ \frac{2h\Omega J_c}{J} & 1 & 0 & 0 & \frac{hJ_c \hat{K}^n}{J} & 0 & \frac{hJ_c \hat{\mu}_z^n}{J} \\ 0 & 0 & 1 & h & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2h(1 + \frac{J_c}{J})\Omega & -h\hat{K}^n(1 + \frac{J_c}{J}) & 1 & 0 & 2h\Omega & -h\hat{\mu}_y^n(1 + \frac{J_c}{J}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & h & 0 \\ -2h(1 + \frac{J_c}{J})\Omega & 0 & 0 & -2h\Omega & -h\hat{K}^n(1 + \frac{J_c}{J}) & 1 & -h\hat{\mu}_z^n(1 + \frac{J_c}{J}) \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right].$$

Дополним нашу систему законом управления: $\bar{u}_n = -D\hat{x}_n$, где

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} & D_{26} \end{bmatrix} - \text{матрица}$$

обратной связи; $\hat{x}_n^T = [\hat{\omega}_y^n \ \hat{\omega}_z^n \ \hat{\mu}_y^n \ \hat{\mu}_z^n \ \hat{\mu}_z^n \ \hat{\mu}_z^n]$.

Таким образом, закон управления КА для замкнутой системы можно описать следующими уравнениями:

$$\begin{cases} \bar{x}_{n+1} = A\bar{x}_n - BD\hat{x}_n, \\ \hat{x}_{n+1} = (A_k - WC)\hat{x}_n. \end{cases} \quad (8)$$

Распишем уравнения системы (8) через \bar{x} и \hat{x} и введем вектор $\bar{x}_e = [\bar{x}^T \ \hat{x}^T]^T$, содержащий компоненты вектора состояния и вектора оценок. В результате система (8) примет следующий вид:

$$\bar{x}_e^{n+1} = A_e \bar{x}_e = \left[\begin{array}{ccc|ccc} A - BD & BD & 0_{6 \times 1} \\ \hline 0_{7 \times 6} & A_k - WC & \end{array} \right] \bar{x}_e^n. \quad (9)$$

Для того чтобы обеспечить асимптотическую устойчивость объекту управления, необходимо, чтобы все корни характеристического полинома

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} A - BD - zI & BD & 0_{6 \times 1} \\ \hline 0_{7 \times 6} & A_k - WC - zI & \end{array} \right] \quad (10)$$

лежали внутри единичной окружности на комплексной плоскости. Как можно видеть из уравнения (9), матрица A_e имеет

блочно-диагональный вид, поэтому полином (10) можно представить как произведение двух независимых полиномов:

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{ccc|ccc} A - BD - zI & BD & 0_{6 \times 1} \\ \hline 0_{7 \times 6} & A_k - WC - zI & \end{array} \right] = \\ & = |A - BD - zI| \times |A_k - WC - zI|. \end{aligned}$$

Таким образом, можно сделать вывод, что расположение собственных чисел адаптивного наблюдателя не зависит от расположения собственных чисел замкнутой системы управления, в которую он включен [3]. Исходя из этого, мы можем независимо осуществлять поиск компонент матриц обратной связи D и весовых коэффициентов W , которые бы обеспечивали асимптотическую устойчивость замкнутой системе и адаптивному наблюдателю, соответственно.

Поиск компонент матрицы обратной связи и матрицы весовых коэффициентов. Метод последовательного замыкания

Для того чтобы обеспечить асимптотическую устойчивость замкнутой системы и адаптивного наблюдателя, необходимо и достаточно, чтобы корни полиномов $|A - BD - zI|$ и $|A_k - WC - zI|$ лежали внутри единичной окружности на комплексной плоскости. Данная задача решается методом модального управления. Суть модального управления заключается в подборе таких параметров регулятора и наблюдателя (коэффициентов

матриц D и W), которые бы обеспечивали этим полиномам желаемое расположение корней на комплексной плоскости.

Для поиска коэффициентов матриц D и W , которые бы обеспечивали эталонный набор корней замкнутой системе, будем использовать метод последовательного замыкания мод движения. Данный алгоритм представляет собой модифицированный метод модального управления, суть которого заключается в последовательном переносе за конечное число итераций пар собственных чисел незамкнутой системы (корней полинома $|A - zI|$) в желаемое положение. На каждой итерации данного метода при использовании элементарных процедур матричного анализа находится матрица обратной связи D_i (или матрица весовых коэффициентов W_i), которая

«передвигает» одну пару корней незамкнутой системы в желаемое место (замыкает одну моду движения) согласно наперед заданному расположению корней эталонного полинома. Количество итераций определяется размерностью исследуемой системы управления, т.е., если система будет иметь порядок $2n$ (размерность вектора состояния), то количество итераций будет равно n (по одной итерации на каждую пару собственных чисел). Для системы с нечетной размерностью вектора состояния ($2n + 1$) количество итераций для замыкания всех мод будет равно $n + 1$, т.е. n итераций для «переноса» парный корней, и одна $(n + 1)$ -я итерация для переноса оставшегося непарного корня. Наглядно суть метода последовательного замыкания представлена на рис. 2.

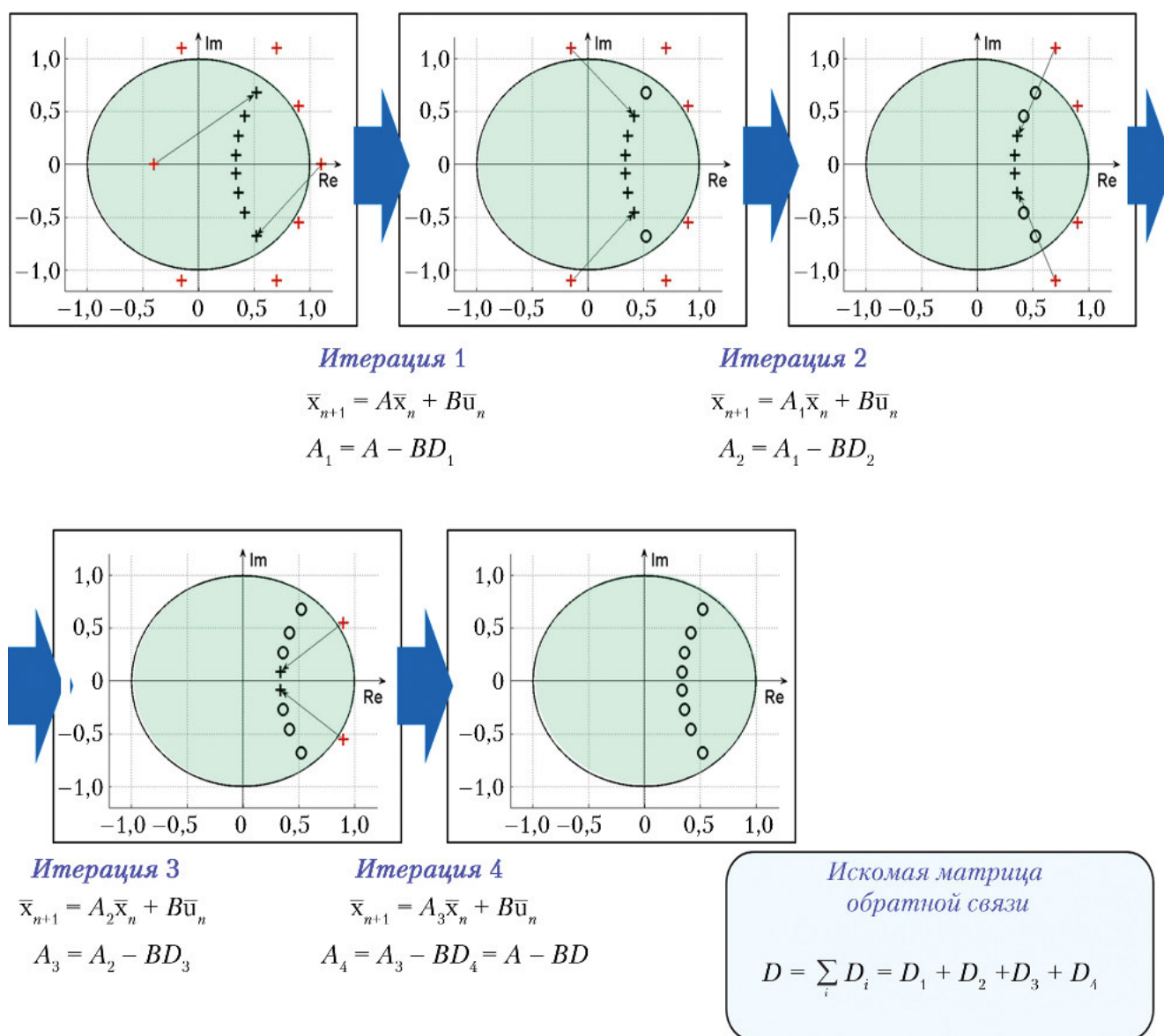


Рис. 2. Графическая иллюстрация «метода последовательного замыкания»: + – расположение корней незамкнутой системы; + – эталонное расположение корней; ○ – «передвинутые» корни замкнутой системы; ■ – область сходимости

Приступим к поиску матрицы обратной связи D и матрицы весовых коэффициентов W , используя вышеописанный алгоритм. Определим коэффициенты матрицы D , для чего найдем расположение корней системы до замыкания (корни полинома $|A - zI|$):

$$\begin{bmatrix} 1,0000 + 10,198i \\ 1,0000 - 10,198i \\ 1,0000 + 0,1979i \\ 1,0000 - 0,1979i \\ 1,0000 + 0,0000i \\ 1,0000 + 0,0000i \end{bmatrix}$$

Выберем желаемое расположение корней замкнутой системы (такое, которое должен иметь полином $|A - BD - zI|$ после ввода обратной связи). В качестве эталонного полинома возьмем полином

Баттерворта [4] шестого порядка для дискретных систем с частотой среза $\omega_c = 1$ Гц и частотой дискретизации $\omega_f = 1/h = 5$ Гц:

$$P_6(z) = z^6 - 5,23z^5 + 11,4z^4 - 13,3z^3 + 8,85z^2 - 3,12z + 4,62,$$

имеющий следующий набор корней:

$$\begin{bmatrix} 0,93241 + 0,18195i \\ 0,93241 - 0,18195i \\ 0,85981 + 0,12282i \\ 0,85981 - 0,12282i \\ 0,82282 + 0,04302i \\ 0,82282 - 0,04302i \end{bmatrix}$$

Далее зададим порядок «переноса» пар сопряженных корней незамкнутой системы в эталонное положение:

$$\begin{bmatrix} 1,0000 + 10,198i \\ 1,0000 - 10,198i \end{bmatrix} \rightarrow \text{итерация 1} \rightarrow \begin{bmatrix} 0,93241 + 0,18195i \\ 0,93241 - 0,18195i \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} 1,0000 + 0,1979i \\ 1,0000 - 0,1979i \end{bmatrix} \rightarrow \text{итерация 2} \rightarrow \begin{bmatrix} 0,85981 + 0,12282i \\ 0,85981 - 0,12282i \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} 1,0000 + 0,0000i \\ 1,0000 + 0,0000i \end{bmatrix} \rightarrow \text{итерация 3} \rightarrow \begin{bmatrix} 0,82282 + 0,04302i \\ 0,82282 - 0,04302i \end{bmatrix}.$$

Наглядная иллюстрация последовательности перестановки пар собственных чисел в желаемые места для построения матрицы обратной связи D представлена на диаграмме (рис. 3).

Используя элементарные численные процедуры матричного анализа, подробно описанные в работе [5], получаем следующие значения матриц обратной связи для перестановки каждой пары корней:

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0,9822 & 0,0066 & 0,0009 & -0,0010 & 0,0101 & -0,0000 \\ -0,0066 & 0,9822 & -0,0101 & 0,0000 & 0,0009 & -0,0010 \end{bmatrix};$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 0,0094 & 0,0119 & -0,0103 & 0,0102 & 0,0091 & -0,0090 \\ -0,0119 & 0,0094 & -0,0091 & 0,0090 & -0,0103 & 0,0102 \end{bmatrix};$$

$$D_3 = \begin{bmatrix} 0,0093 & 0,0328 & -0,0882 & 0,0767 & -0,0553 & 0,0694 \\ -0,0258 & 0,0102 & 0,0375 & -0,0498 & -0,0758 & 0,0676 \end{bmatrix}.$$

Искомая матрица обратной связи — результат суммирования матриц $D_1 - D_3$,

полученных путем численных процедур [5], — выглядит следующим образом:

$$D = \sum_i D_i = \begin{bmatrix} 1,0008 & 0,0514 & -0,0976 & 0,0859 & -0,0360 & 0,0604 \\ -0,0444 & 1,0017 & 0,0182 & -0,0408 & -0,0852 & 0,0768 \end{bmatrix}.$$

Приступим к поиску матрицы весовых коэффициентов W .

Найдем набор корней до замыкания (корней полинома $|A_k - zI|$):

$$\begin{bmatrix} 1,0000 + 10,198i \\ 1,0000 - 10,198i \\ 1,0000 + 0,1979i \\ 1,0000 - 0,1979i \\ 1,0000 + 0,0000i \\ 1,0000 + 0,0000i \\ 1,0000 + 0,0000i \end{bmatrix}.$$

Зададим желаемое расположение корней: в качестве эталонного полинома для построения адаптивного наблюдателя также возьмем полином Баттерворта [4] для дискретных систем, но уже седьмого порядка:

$$P_7(z) = z^7 - 6,10z^6 + 16,0z^5 - 23,4z^4 + 20,6z^3 - 10,9z^2 + 3,21z - 0,41.$$

Данный полином имеет следующий набор корней:

$$\begin{bmatrix} 0,9388 + 0,1849i \\ 0,9388 - 0,1849i \\ 0,8725 + 0,1378i \\ 0,8725 - 0,1378i \\ 0,8318 + 0,0729i \\ 0,8318 - 0,0729i \\ 0,8182 + 0,0000i \end{bmatrix}.$$

Зададим порядок перестановки пар корней (порядок замыкания мод движения) незамкнутой системы в желаемое положение:

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} 1,0000 + 10,198i \\ 1,0000 - 10,198i \end{bmatrix} \rightarrow \text{итерация 1} \rightarrow \begin{bmatrix} 0,9388 + 0,1849i \\ 0,9388 - 0,1849i \end{bmatrix}; \\ &\begin{bmatrix} 1,0000 + 0,1979i \\ 1,0000 - 0,1979i \end{bmatrix} \rightarrow \text{итерация 2} \rightarrow \begin{bmatrix} 0,8725 + 0,1378i \\ 0,8725 - 0,1378i \end{bmatrix}; \\ &\begin{bmatrix} 1,0000 + 0,0000i \\ 1,0000 + 0,0000i \end{bmatrix} \rightarrow \text{итерация 3} \rightarrow \begin{bmatrix} 0,8318 + 0,0729i \\ 0,8318 - 0,0729i \end{bmatrix}; \\ &\begin{bmatrix} 1,0000 + 0,0000i \end{bmatrix} \rightarrow \text{итерация 4} \rightarrow \begin{bmatrix} 0,8182 + 0,0000i \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Наглядно порядок замыкания мод движения незамкнутой системы представлен на рис. 4.

Как можно видеть из рис. 4, незамкнутая система имеет один непарный корень, его

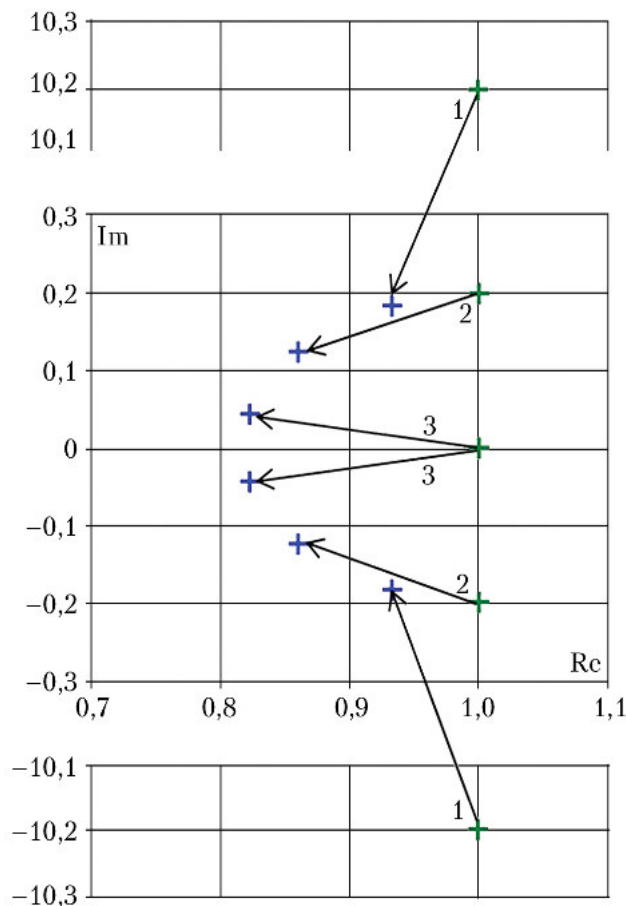


Рис. 3. Порядок перестановки пар собственных чисел в желаемые места для построения матрицы обратной связи D (1–3 – номера итераций): + – расположение корней незамкнутой системы; + – эталонное расположение корней

будем «передвигать» на последней итерации. Используя метод последовательного замыкания, получаем следующие матрицы весовых коэффициентов для замыкания каждой моды движения:

$$W_1 = \begin{bmatrix} 0,0612 & -10,0131 \\ 10,0131 & 0,0612 \\ -0,2042 & -0,0012 \\ -0,2170 & 2,0815 \\ 0,0012 & -0,2042 \\ -2,0815 & -0,2170 \\ 0,0000 & 0,0000 \end{bmatrix}; W_2 = \begin{bmatrix} 0,1275 & -0,0600 \\ 0,0600 & 0,1275 \\ 0,0655 & -0,0532 \\ 0,0289 & -0,0541 \\ 0,0532 & 0,0655 \\ 0,0541 & 0,0289 \\ 0,0000 & 0,0000 \end{bmatrix}; W_3 = \begin{bmatrix} 0,1693 & -0,0711 \\ 0,0748 & 0,1671 \\ 0,3907 & 0,0674 \\ 0,3632 & 0,0681 \\ -0,0633 & 0,3826 \\ -0,0645 & 0,3555 \\ 0,0000 & 0,0000 \end{bmatrix}; W_4 = \begin{bmatrix} 0,1803 & 0,0164 \\ 0,0164 & 0,0015 \\ 0,8930 & 0,0810 \\ 0,9387 & 0,0852 \\ 0,2448 & 0,0222 \\ 0,2472 & 0,0224 \\ -1,6061 & -0,1458 \end{bmatrix}.$$

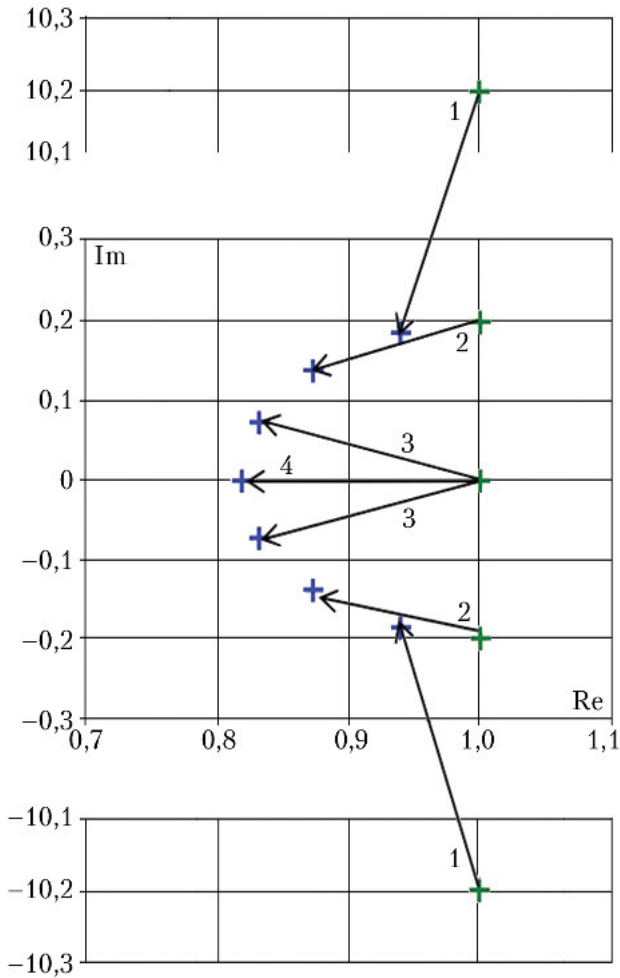


Рис. 4. Порядок перестановки пар собственных чисел в желаемые места (1–4 – номера итераций) для построения матрицы весовых коэффициентов W : + – расположение корней незамкнутой системы; + – эталонное расположение корней

Суммируя полученные на каждой итерации матрицы весовых коэффициентов, получаем искомую матрицу W :

$$W = \sum_i W_i = \begin{bmatrix} 0,5383 & -10,1279 \\ 10,1643 & 0,3573 \\ 1,1450 & 0,0940 \\ 1,1138 & 2,1808 \\ 0,2359 & 0,2661 \\ -1,8448 & 0,1899 \\ -1,6061 & -0,1458 \end{bmatrix}$$

Таким образом, используя метод последовательного замыкания, мы получили числовые значения для компонент матриц обратной связи D и весовых коэффициентов W , которые обеспечивают системе управления с адаптивным наблюдателем асимптотическую устойчивость.

Результаты математического моделирования

Для оценки правильности полученных в предыдущем параграфе результатов (значений матриц D и W) проведено математическое моделирование режима гашения начальных угловых скоростей КА. Компоненты начальной угловой скорости движения космической платформы $\omega_y^0 = 1^\circ/\text{с}$; $\omega_z^0 = 1^\circ/\text{с}$. Начальные углы и угловые скорости отклонения солнечного паруса и ротора силового гироскопа относительно осей OY и OZ ($\mu_y^0, \mu_z^0, \dot{\mu}_y^0, \dot{\mu}_z^0, \beta_y^0, \beta_z^0, \dot{\beta}_y^0, \dot{\beta}_z^0$) = 0.

Начальная оценка квадрата коэффициента жесткости $\hat{K} = 0,0114 \text{ с}^{-2}$.

Моделирование было проведено в среде *MATLAB*. Получены следующие зависимости основных параметров движения КА и их невязок от времени (рис. 5–9).

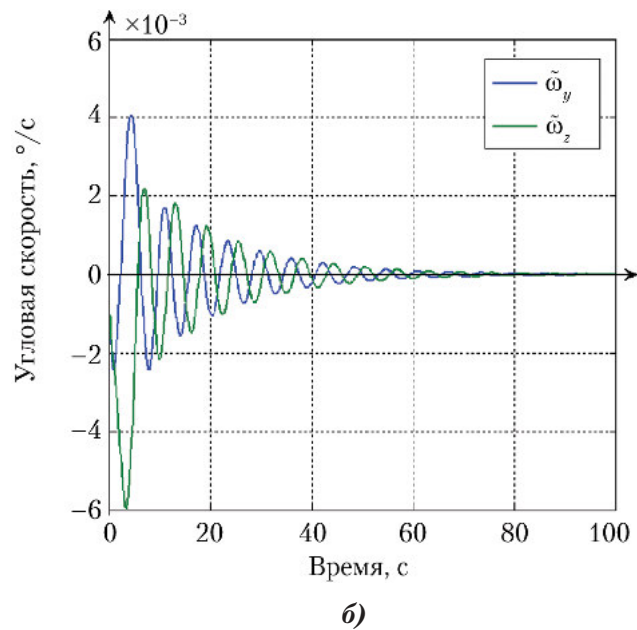
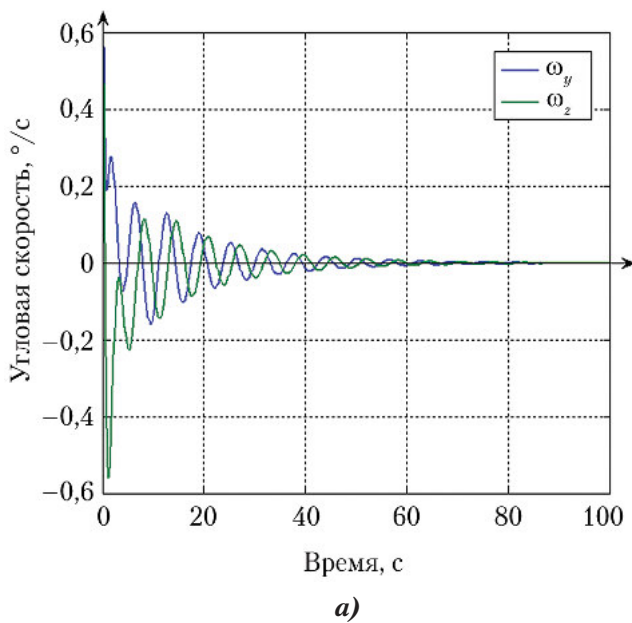


Рис. 5. Компоненты вектора абсолютной угловой скорости КА вокруг осей OY и OZ : а – в режиме гашения; б – их невязки

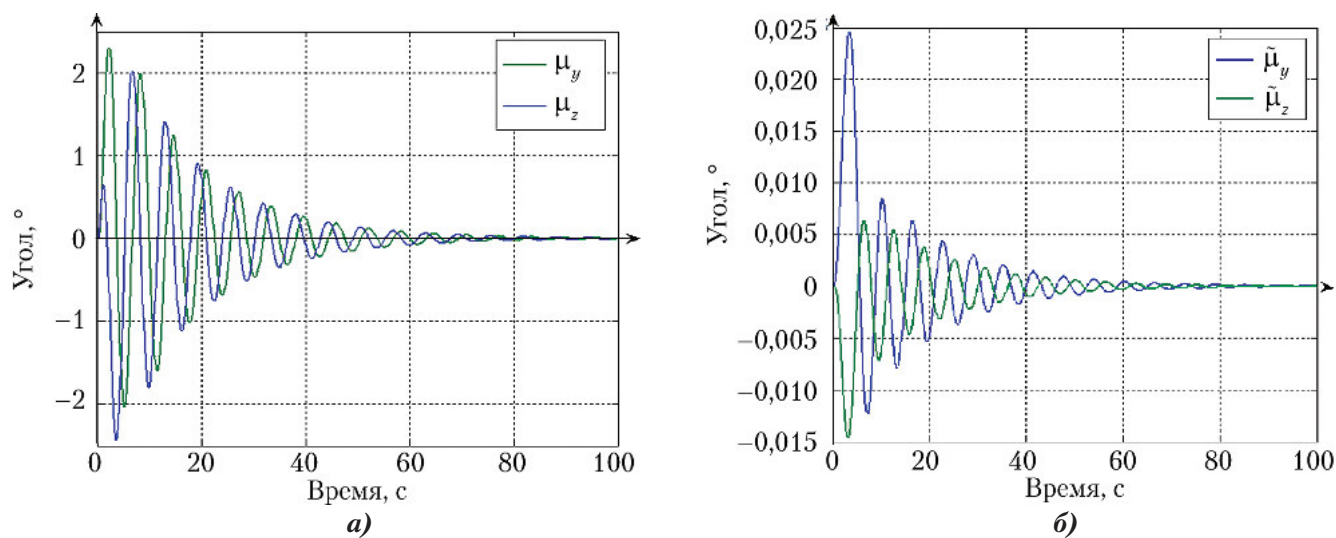


Рис. 6. Угловое отклонение солнечного паруса вокруг осей OY и OZ : а – в режиме гашения; б – невязка по угловому отклонению вокруг осей OY и OZ

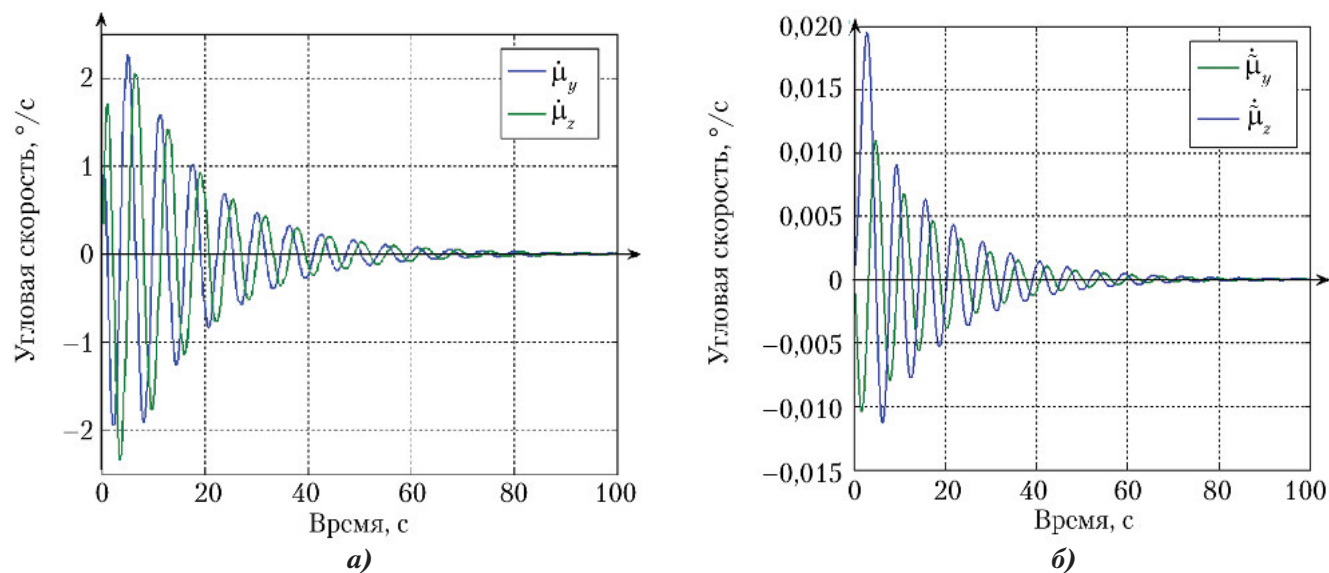


Рис. 7. Компоненты угловой скорости плоскости вращения солнечного паруса относительно связанного базиса вокруг осей OY и OZ : а – в режиме гашения; б – их невязки

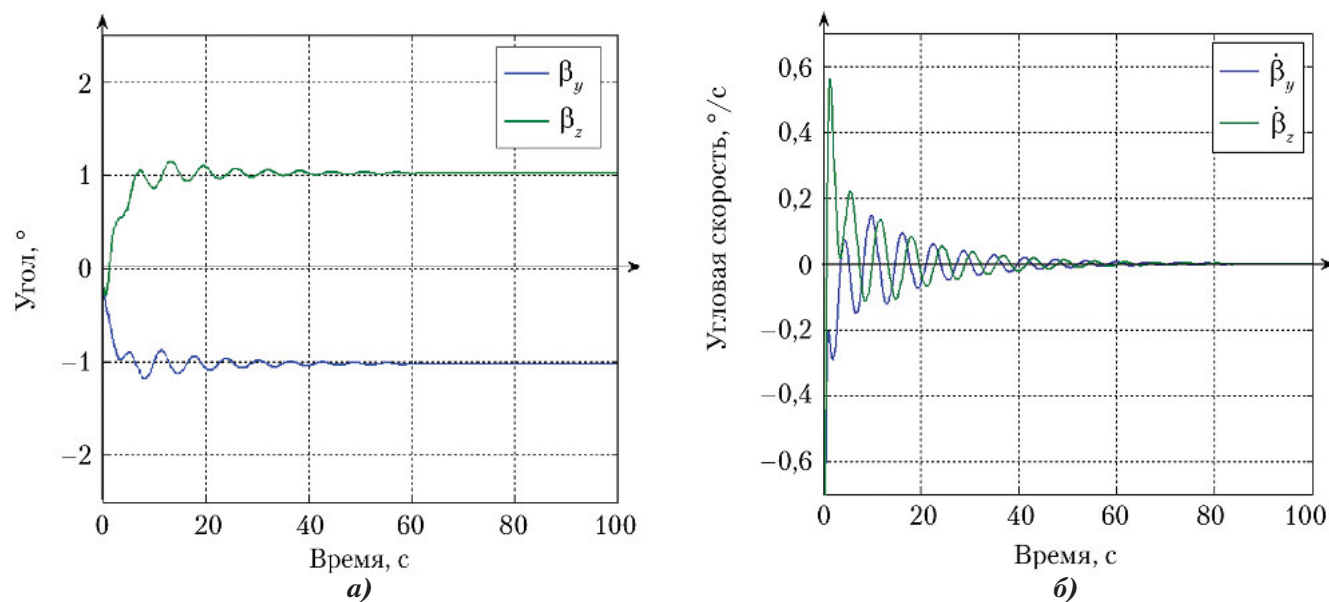


Рис. 8. Углы отклонения ротора силового гироскопа в подвесе Гука относительно связанного базиса вокруг осей OY и OZ : а – в режиме гашения; б – скорости прецессии силового гироскопа в подвесе Гука вокруг осей OY и OZ в режиме гашения

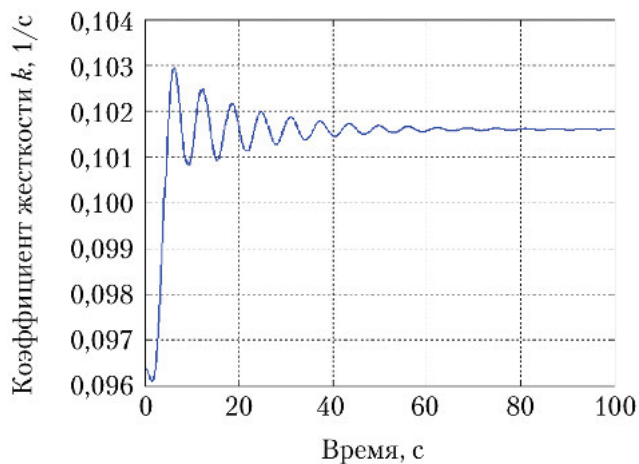


Рис. 9. Оценка коэффициента жесткости центральной вставки

Как можно видеть, полученные зависимости демонстрируют высокую скорость сходимости всех параметров вектора состояния, что говорит о работоспособности представленных в данной работе алгоритмов и методик построения адаптивных систем управления.

Заключение

Разработан адаптивный алгоритм управления угловым движением космической платформы с вращающимся солнечным парусом, позволяющий параллельно осуществлять управление КА и проводить подстройку неизвестных параметров системы (коэффициента жесткости центральной жесткой вставки паруса). Для поиска необходимых параметров закона управления и адаптивного наблюдателя (матрицы обратной связи и матрицы весовых коэффициентов) был применен алгоритм последовательного замыкания мод движения, представляющий собой модифицированный метод модального управления.

С целью подтверждения правильности построения адаптивного закона управления КА с настраиваемой моделью, а также демонстрации работоспособности метода последовательного замыкания было проведено математическое моделирование динамического поведения объекта управления в режиме гашения начальных угловых скоростей при активном демпфировании колебаний пленочного диска солнечного паруса.

Моделирование реализовано в программном пакете *MATLAB 2012b*. Анализ результатов моделирования демонстрирует правильность концепции построения адаптивного закона управления.

Список литературы

1. Легостаев В.П., Субботин А.В., Тимаков С.Н., Черемных Е.А. Собственные колебания вращающейся мембраны с центральной жесткой вставкой (применение функций Хойна) // Прикладная математика и механика. 2011. Т. 75. Вып. 2. С. 224–238.
 2. Легостаев В.П., Субботин А.В., Тимаков С.Н., Зыков А.В. Исследование динамики управляемого углового движения космического аппарата с вращающимся солнечным парусом // Труды МФТИ. 2013. Т. 5. № 2. С. 106–119.
 3. Квакернаак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления. М.: Мир, 1977. 653 с.
 4. Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. М. Машиностроение, 1976. 184 с.
 5. Тимаков С.Н., Богданов К.А., Неведов С.Е. Метод последовательного замыкания мод движения для многомерных, многосвязных динамических систем. // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2014. Т. 5. № 98. С. 40–59.
- Статья поступила в редакцию 01.09.2016 г.

Reference

1. Legostaev V.P., Subbotin A.V., Timakov S.N., Cheremnykh E.A. *Sobstvennyye kolebaniya vrashchayushchey membrany s tsentral'noi zhestkoi vstavkoi (primeneniye funktsii Khoina)* [Natural oscillations of a rotating membrane with a central rigid insert (the Heun functions application)]. *Prikladnaya matematika i mekhanika*, 2011, vol. 75, issue 2, pp. 224–238.
2. Legostaev V.P., Subbotin A.V., Timakov S.N., Zykov A.V. *Issledovanie dinamiki upravlyаемого uglovogo dvizheniya kosmicheskogo apparata s vrashchayushchimsya solnechnym parusom* [Investigation of dynamics of the controlled angular motion of spacecraft with a rotating solar sail]. *Trudy MFTI*, 2013, vol. 5, no. 2, pp. 106–119.
3. Kwakernaak Kh., Sivan R. *Lineinye optimal'nye sistemy upravleniya* [Linear optimal control systems]. Moscow, Mir publ., 1977. 653 p.
4. Kuzovkov N.T. *Modal'noe upravlenie i nablyudayushchie ustroystva* [Modal control and monitoring devices]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1976. 184 p.
5. Timakov S.N., Bogdanov K.A., Nefedov S.E. *Metod posledovatel'nogo zamykaniya mod dvizheniya dlya mnogomernykh, mnogovyaznykh dinamicheskikh system* [The method of the motion modes sequential interlocking for multi-dimensional, multiloop dynamic systems]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie*, 2014, vol. 5, no. 98, pp. 40–59.