

ОПТИМИЗАЦИЯ УСЛОВИЙ ФОРМИРОВАНИЯ ДВИГАТЕЛЯМИ МАЛОЙ ТЯГИ КРАТНОЙ СОЛНЕЧНО-СИНХРОННОЙ ОРБИТЫ С УСТОЙЧИВЫМ ПРОФИЛЕМ ВЫСОТЫ ПРИ ОГРАНИЧЕНИЯХ НА УПРАВЛЕНИЕ

© 2016 г. Кичигина О.К.

Ракетно-космическая корпорация «Энергия» имени С.П. Королёва (РКК «Энергия»)
Ул. Ленина, 4А, г. Королёв, Московская обл., Российская Федерация, 141070, e-mail: post@rsce.ru

Рассматривается задача управления спутником в процессе его перевода двигателями малой тяги с орбиты выведения, формируемой ракетой-носителем, на кратную солнечно-синхронную орбиту с устойчивым профилем высоты. Предполагается, что длительность маневров ограничена, и принудительное изменение вектора эксцентриситета орбиты выполняется в направлении центра окружности естественного дрейфа этого вектора. В рамках указанных ограничений определяются оптимальные начальные параметры орбиты выведения (большая полуось, эксцентриситет и аргумент перигея), обеспечивающие перевод спутника на целевую орбиту за минимальное время. Исследуется смещение трассы и местного времени пролета спутником восходящего узла в течение многовиткового периода изменения орбитальных элементов. Показано, что отклонение местного времени пролета восходящего узла должно учитываться при расчете долготы восходящего узла орбиты выведения, а смещение трассы следует корректировать в конце этапа формирования целевой орбиты. Результаты работы предназначены для проектных оценок параметров движения спутника, расхода топлива и длительности межорбитального перехода.

Ключевые слова: солнечно-синхронная орбита, устойчивая высота, малая тяга.

OPTIMIZATION OF CONDITIONS FOR TRANSFER TO FROZEN SUN-SYNCHRONOUS ORBIT WITH REPEATING GROUND TRACK USING LOW-THRUST ENGINES WITH RESTRICTIONS ON CONTROL

Kichigina O.K.

S.P. Korolev Rocket and Space Public Corporation Energia (RSC Energia)
4A Lenin str., Korolev, Moscow region, 141070, Russian Federation, e-mail: post@rsce.ru

The paper discusses the problem of controlling a satellite with the use of low-thrust engines during its transfer from the injection orbit established by the launch vehicle to the sun-synchronous orbit with stable altitude profile and repeating ground track. It is assumed that duration of each maneuver is limited and the orbital averaged eccentricity vector is forced towards the centre of the circle drawn by the eccentricity vector during its natural passive drift. The optimal parameters (semi-major axis, eccentricity and argument of perigee) of the injection orbit that provide minimum duration of the transfer are determined within the limits of the specified conditions. The track shift and deviation of local time of ascending node accumulated during multiple-turn transfer period are estimated. It is shown that the deviation of local time of ascending node has to be taken into account when calculating right ascension of ascending node of the injection orbit and the track shift has to be removed at the end of transfer to the operational orbit. The achieved results are intended for design estimations of satellite's orbital parameters, transfer duration and propellant consumption.

Key words: sun-synchronous orbit, frozen altitude, low thrust.



КИЧИГИНА О.К.

КИЧИГИНА Ольга Константиновна — кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник РКК «Энергия», e-mail: Kichigina73@yandex.ru
 KICHIGINA Olga Konstantinovna — Candidate of Science (Engineering), Lead research scientist at RSC Energia, e-mail: Kichigina73@yandex.ru

Введение

Кратные солнечно-синхронные орбиты (ССО) с устойчивым профилем высоты широко используются для построения спутниковых систем дистанционного зондирования Земли [1, 2].

У спутников, расположенных на таких орбитах, местное время прохождения восходящего узла (ВУ) остается постоянным, трасса повторяется через ограниченный промежуток времени, зависимость высоты полета от широты подспутниковой точки не изменяется.

Постоянство местного времени пересечения ВУ позволяет реализовать оптимальные условия для съемки в оптическом и инфракрасном диапазоне. Повторяемость трассы используется для обеспечения необходимой периодичности обзора земной поверхности. Стабилизация высотного профиля применяется с целью упрощения настройки зондирующей аппаратуры спутника.

Перечисленные свойства орбит поддерживаются посредством коррекции отклонений орбитальных элементов, возникающих под влиянием возмущающих факторов различной природы. Для коррекции орбиты могут использоваться двигатели малой тяги (ДМТ) [3], которые, по сравнению с химическими двигателями, обеспечивают низкий расход топлива.

С помощью ДМТ также возможно выполнить перевод спутника на ССО, если ракетаноситель (РН) осуществляет его вывод на промежуточную, ниже расположенную орбиту. Переходный период в этом случае обычно охватывает несколько десятков – сотен витков и приводит к смещению трассы и местного времени прохождения ВУ. Поэтому время перехода необходимо минимизировать, а указанные смещения должны быть либо компенсированы в процессе управления, либо учтены при определении параметров орбиты выведения.

Продолжительность процесса перевода спутника с помощью ДМТ на ССО с устойчивым профилем высоты зависит от ограничений, накладываемых на управление, и начальных значений орбитальных параметров.

В данной работе предполагается, что управление спутником осуществляется при следующих ограничениях:

- на каждом витке проводится не более одного маневра с заданной продолжительностью, определяемой в результате предварительного анализа энергобаланса спутника;
- витком для оценки величины максимальной продолжительности маневра считается аномалистический период пассивного движения спутника в поле второй зональной гармоники гравитационного потенциала Земли (ГПЗ);
- в течение маневра направление ускорения, сообщаемого с помощью ДМТ, поддерживается постоянным вдоль трансверсали орбитальной системы координат.

В рамках перечисленных ограничений проблема быстродействия, рассматриваемая в теории оптимального управления, преобразуется в задачу определения оптимальных начальных условий, обеспечивающих минимальное время формирования рабочей орбиты при детерминированном управлении.

Решению данной задачи посвящено предлагаемое исследование. Его основной целью является определение параметров орбиты выведения, оптимальных для последующего перевода спутника с помощью ДМТ на кратную ССО с устойчивым профилем высоты.

Параметры кратных солнечно-синхронных орбит с устойчивым профилем высоты

В процессе движения спутника параметры его орбиты непрерывно изменяются под влиянием возмущений. Поскольку качественные характеристики орбиты определяются вековыми и долгопериодическими составляющими этих изменений, в предлагаемой работе рассматриваются осредненные за виток орбитальные параметры.

Средние параметры кратных ССО с устойчивым профилем высоты обеспечивают постоянство среднего местного солнечного времени в момент пролета спутника через

ВУ орбиты, повторяемость трассы, стабилизацию колебаний спутника по высоте.

Среднее местное солнечное время прохождения восходящего узла орбиты m_Ω определяется разностью между долготой ВУ орбиты Ω и прямым восхождением среднего экваториального Солнца α_s [1]:

$$m_\Omega = \left(\frac{\Omega - \alpha_s}{\pi} + 1 \right) \frac{T_d}{2}, \quad (1)$$

где T_d – солнечные сутки, равные 86 400 с.

Величина m_Ω остается постоянной, если угловые скорости движения линии узлов орбиты $\dot{\Omega}$ и среднего экваториального Солнца $\dot{\alpha}_s$ совпадают:

$$\dot{\Omega} = \dot{\alpha}_s. \quad (2)$$

Изменение угла Ω или, иначе, прецессия восходящего узла, возникает из-за сжатия Земли. Величина $\dot{\Omega}$ является функцией большой полуоси a , наклона i и эксцентриситета e орбиты и может быть определена по формуле [4]:

$$\dot{\Omega} = -\frac{3}{2} J_2 n_s R_e^2 a^{-2} \cos i (1 - e^2)^{-2}, \quad (3)$$

где J_2 – коэффициент второй зональной гармоники геопотенциала; R_e – экваториальный радиус Земли; $n_s = \sqrt{a^{-3} \mu}$ – средняя скорость движения спутника по орбите; μ – гравитационная постоянная Земли.

Проекция ВУ орбиты на поверхность Земли перемещается вдоль экватора со скоростью, равной $\dot{\Omega} - \omega_e$, где ω_e – угловая скорость собственного вращения Земли. За один виток, продолжительность которого определяется драконическим периодом T_Ω , географическая долгота ВУ изменяется на $\Delta\lambda_{\text{МВ}} = T_\Omega (\dot{\Omega} - \omega_e)$. Трасса космического аппарата (КА) повторяется через n витков, если существует натуральное число N , для которого выполняется условие:

$$n |\Delta\lambda_{\text{МВ}}| = N2\pi. \quad (4)$$

Так как скорость собственного вращения Земли связана с угловой скоростью среднего экваториального Солнца зависимостью $\omega_e = \dot{\alpha}_s + 2\pi/T_d$, то из равенства (2) следует, что для ССО $\Delta\lambda_{\text{МВ}} = -2\pi T_\Omega / T_d$. Поскольку для драконического периода и средней драконической угловой скорости $\dot{\Omega}$ справедливо соотношение $T_\Omega = 2\pi/\dot{\Omega}$, условие (4) в случае ССО преобразуется к виду:

$$N\dot{\Omega}T_d = n2\pi. \quad (5)$$

Величина $\dot{\Omega}$ является функцией большой полуоси, наклона, эксцентриситета

и аргумента перигея орбиты ω . Она может быть определена по формуле [4]:

$$\dot{\omega} = n_s + \frac{3}{4} J_2 n_s R_e^2 a^{-2} (2 - 3s^2) \times (1 - e^2)^{-1.5} + \dot{\omega}_{j_2} (1 - e^2)^{1.5} (1 + \text{ecos}\omega)^{-2}, \quad (6)$$

где $s = \sin i$; $\dot{\omega}_{j_2}$ – средняя скорость прецессии линии апсид, для которой справедлива зависимость [4]:

$$\dot{\omega}_{j_2} = \frac{3}{4} J_2 n_s R_e^2 a^{-2} (4 - 5s^2) (1 - e^2)^{-2}.$$

Стабилизация высотного профиля КА осуществляется за счет минимизации в долгосрочном периоде колебаний аргумента перигея и эксцентриситета орбиты.

Основное влияние на величину ω оказывает сжатие Земли, вызывающее вековое изменение (прецессию) этого параметра. Прецессия аргумента перигея отсутствует, если наклонение орбиты имеет критическое значение $i_{\text{кр}}$, равное $116,6^\circ$, а также в случае взаимной компенсации возмущений, вызываемых второй зональной гармоникой и нечетными зональными гармониками геопотенциала.

Взаимная компенсация возмущений, вызываемых зональными гармониками, возможна для наклонов, отличных от критического, если эксцентриситет и аргумент перигея орбиты удовлетворяют следующим равенствам [4]:

$$e = |e_y^*|; \quad (7)$$

$$\omega = \frac{\pi}{2} \frac{e_y^*}{|e_y^*|}, \quad (8)$$

где параметр e_y^* может быть определен по формуле [4]:

$$e_y^* = \frac{3}{4} s \frac{n_s}{\dot{\omega}_{j_2}} \sum_{j=1}^3 \gamma_{2j+1} c_{2j+1},$$

где $c_3 = (4 - 5s^2)/2$; $c_5 = 5(8 - 28s^2 + 21s^4)/8$; $c_7 = 35(64 - 432s^2 + 792s^4 - 429s^6)/256$; $\gamma_{2j+1} = |J_{2j+1}| (R_e/a)^{2j+1}$; J_{2j+1} – коэффициент $(2j+1)$ -ой зональной нечетной гармоники геопотенциала.

Таким образом, четыре уравнения (2), (5), (7) и (8) при заданных числах n и N однозначно определяют четыре орбитальных параметра a , i , e и ω ССО с повторяющейся трассой и устойчивым профилем высоты. Взаимную зависимость данных параметров иллюстрируют рис. 1 и 2.

Большая полуось ССО принимает значения из диапазона 6 385,5...12 352,5 км. Наклонение орбиты в зависимости от большой полуоси изменяется от $95,7^\circ$ до 180° .

Существуют три ССО, у которых величина осредненного вектора эксцентриситета

может быть равна нулю. Эти орбиты имеют наклонение 115,4; 116,6 и 180°. В остальных случаях ССО в долгосрочном периоде будут эллиптическими.

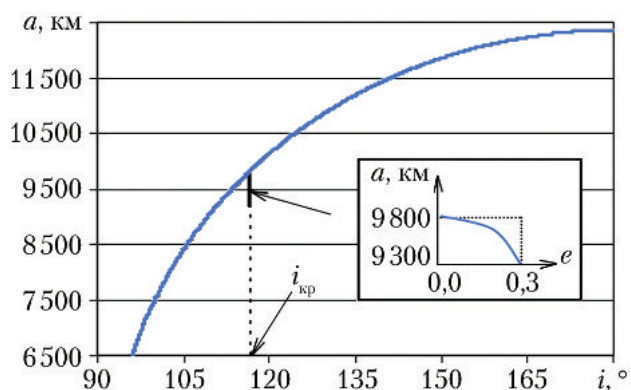


Рис. 1. Зависимость большой полуоси a солнечно-синхронной орбиты от наклоения i и эксцентриситета e

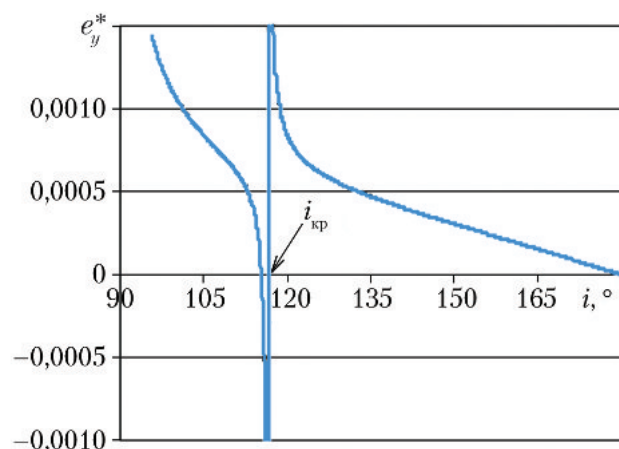


Рис. 2. Изменение ординаты центра окружности естественного дрейфа вектора эксцентриситета e_y^* солнечно-синхронной орбиты в зависимости от наклоения i

Эксцентриситет орбиты с критическим наклонением 116,6° может принимать значение 0...0,3. Большая полуось в этом случае изменяется в зависимости от эксцентриситета от 9 815,3 до 9 261,0 км.

Аргумент перигея орбиты с устойчивым профилем высоты равен 90° для $i \in [95,7; 115,4) \cup (116,6; 180]^\circ$ и 270° для $i \in (115,4; 116,6)^\circ$. В случае критического наклонения величина ω может принимать любое значение.

Следует заметить, что не весь диапазон возможных высот ССО подходит для запуска спутников ДЗЗ. Для КА с ДМТ использовать малые высоты невозможно из-за того, что ускорение атмосферного торможения превышает ускорение, создаваемое тягой, а ионизация верхних слоев атмосферы препятствует нормальной работе двигателей. На высотах свыше 1 500 км располагается протонный пояс Ван-Алена, который вызывает деградацию электронных устройств и солнечных батарей КА, накопление диэлектрического заряда.

Поэтому наиболее вероятна реализация орбит с большой полуосью 6 800...8 000 км, наклонением 97,1...102,6°, эксцентриситетом 0,01283...0,00094, аргументом перигея 90° и межвитковым расстоянием 23,3...29,7°.

Таким образом, характеристики кратной ССО с устойчивым профилем высоты определяются шестью параметрами: a , i , e , ω , m_Ω и географической долготой одного из узлов трассы.

При выведении спутника на данную орбиту требуемое наклонение обеспечивается за счет выбора азимута пуска РН. Реализовать же заданную высоту ССО с помощью РН не всегда возможно. В этом случае перевод с орбиты выведения на целевую орбиту осуществляется двигательной установкой спутника. Если для этих целей используются ДМТ, длительность перевода может составлять от нескольких недель до нескольких месяцев. В течение этого времени под влиянием гравитационного поля Земли изменяется положение линии апсид и линии узлов орбиты спутника. Вековые смещения линии апсид и линии узлов невозможно ликвидировать с помощью ДМТ. Поэтому они должны быть учтены при выборе параметров орбиты выведения.

Параметры орбиты выведения, обеспечивающие минимальное время перелета на целевую орбиту при ограничениях на управление

В процессе перевода КА с орбиты выведения на целевую ССО параметры a , e и ω изменяются под влиянием двух основных возмущающих факторов: гравитационного поля Земли и тяги ДМТ.

Асимметрия поля земного тяготения приводит к вековому движению линии апсид орбиты и долгопериодическому возмущению эксцентриситета. Указанные изменения можно наглядно представить в пространстве параметров $e_x = e \cos \omega$ и $e_y = e \sin \omega$, как это показано на рис. 3.

Вектор Лапласа $\vec{e} = [e_x \ e_y]^T$ (называемый в иностранной литературе вектором эксцентриситета) под влиянием второй зональной гармоники ГПЗ описывает окружность с радиусом r , называемую далее окружностью естественного дрейфа. В результате действия нечетных зональных гармоник ГПЗ центр этой окружности оказывается смещенным вдоль ординаты e_y на величину e_y^* [4].

Перемещение конца вектора \vec{e} по окружности осуществляется с угловой скоростью $\dot{\phi}$, равной скорости прецессии линии апсид $\dot{\omega}_2$. Данное вращение происходит

по часовой стрелке в случае $63,4^\circ < i < 116,6^\circ$ и против часовой стрелки для $0^\circ < i < 63,4^\circ$ и $116,6^\circ < i < 180^\circ$.

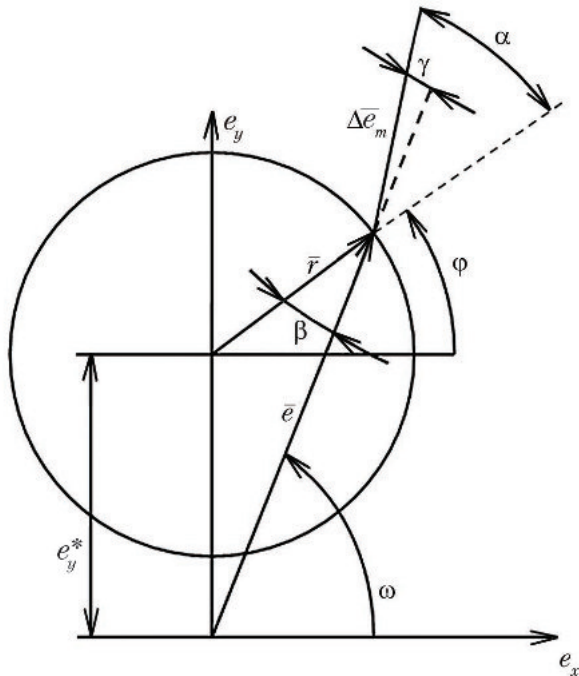


Рис. 3. Окружность естественного дрейфа вектора эксцентриситета

Изменение во времени большой полуоси и вектора \bar{e} под влиянием зональных гармоник ГПЗ можно описать с помощью следующих зависимостей [4]: $\dot{a} = 0$; $\dot{e}_x = \dot{\omega}_{j_2}(e_y^* - e_y)$; $\dot{e}_y = \dot{\omega}_{j_2}e_x$.

Чем меньше радиус окружности естественного дрейфа вектора \bar{e} , тем меньше в долгосрочном периоде изменяется высота спутника. У орбиты с параметрами $e_x = 0$ и $e_y = e_y^*$ профиль высоты — изменение в течение витка — остается постоянным.

В процессе перевода спутника с помощью его двигательной установки с орбиты выведения на ССО с устойчивым профилем высоты выполняется перемещение конца вектора \bar{e} в центр окружности его естественного дрейфа и коррекция большой полуоси орбиты.

В данной работе рассматривается возможность использования для этих целей ДМТ. Предполагается, что:

- вектор тяги в процессе выполнения маневра остается постоянным в орбитальной системе координат и направлен по трансверсали;

- на витке выполняется один маневр, продолжительность которого ограничена величиной Δt_m , которая связана с периодом обращения спутника T соотношением

$$\Delta t_m = \eta T,$$

где η — константа, удовлетворяющая неравенству $0 < \eta \leq 1$.

Для маневра с угловой длительностью ΔE , выполняющегося в пределах $E_{cp} \pm \Delta E/2$ по эксцентрической аномалии (где E_{cp} — эксцентрическая аномалия средней точки маневра), изменения во времени орбитальных элементов a , e и ω можно описать с помощью зависимостей, представленных в работе [5]. С учетом влияния зональных гармоник ГПЗ эти зависимости примут вид:

$$\dot{a} = 2k\sqrt{a^3(1 - e^2)} \Delta E; \quad (9)$$

$$\dot{e} = k\sqrt{a(1 - e^2)} F_e + \dot{\omega}_{j_2} e_y^* \cos \omega; \quad (10)$$

$$\dot{\omega} = k\sqrt{a} F_\omega / e + \dot{\omega}_{j_2} (1 - e_y^* \sin \omega / e), \quad (11)$$

где $k = f_n / (2\pi\sqrt{\mu})$; f_n — ускорение, сообщаемое двигателем в трансверсальном направлении (положительное или отрицательное),

$$F_e = 4 \cos E_{cp} \sin \frac{\Delta E}{2} - \quad (12)$$

$$- \frac{e}{2} \cos 2E_{cp} \sin \Delta E - \frac{3}{2} e \Delta E;$$

$$F_\omega = 2(2 - e^2) \sin E_{cp} \sin \frac{\Delta E}{2} - \frac{e}{2} \sin 2E_{cp} \sin \Delta E; \quad (13)$$

$$\Delta E - 2e \cos E_{cp} \sin \frac{\Delta E}{2} = \Delta t_m \sqrt{a^{-3} \mu}. \quad (14)$$

Поскольку значения r и ϕ связаны с элементами e и ω соотношениями $r = \sqrt{(e \cos \omega)^2 + (e \sin \omega - e_y^*)^2}$ и $\tan \phi = (e \sin \omega - e_y^*) / (e \cos \omega)$, то скорости изменения параметров r и ϕ определяются следующим образом:

$$\dot{r} = k\sqrt{a} (F_e \sqrt{1 - e^2} \times \quad (15)$$

$$\times (e - e_y^* \sin \omega) - F_\omega e_y^* \cos \omega) / r;$$

$$\dot{\phi} = \dot{\omega}_{j_2} + k\sqrt{a} (F_e \sqrt{1 - e^2} e_y^* \cos \omega + \quad (16)$$

$$+ F_\omega (e - e_y^* \sin \omega)) / r^2.$$

Выражения (15, 16) можно представить в виде:

$$\dot{r} = \dot{e}_m \cos \alpha; \quad (17)$$

$$\dot{\phi} = \dot{\omega}_{j_2} + \dot{e}_m \sin \alpha / r, \quad (18)$$

где \dot{e}_m — скорость изменения вектора \bar{e} под влиянием ДМТ; α — угол наклона вектора приращения эксцентриситета к текущему радиусу-вектору \bar{r} ; $\dot{e}_m = k\sqrt{a} D$;

$$D = \sqrt{F_e^2(1 - e^2) + F_\omega^2}; \quad \alpha = \beta + \gamma;$$

$$\cos \gamma = F_e \sqrt{1 - e^2} / D; \quad \sin \gamma = F_\omega / D;$$

$$\cos \beta = (e - e_y^* \sin \omega) / r; \quad \sin \beta = e_y^* \cos \omega / r.$$

Геометрический смысл параметров α , β и γ отражен на рис. 3. Угол α определяет положение приращения вектора эксцентриситета в результате маневра $\Delta \bar{e}_m$ относительно вектора \bar{r} . Угол β задает взаимное положение векторов \bar{e} и \bar{r} . Угол γ определяет положение

вектора $\Delta \bar{e}_m$ относительно вектора \bar{e} . Величина γ изменяется в зависимости от положения маневра вдоль витка орбиты и при малом эксцентриситете может быть принята равной истинной аномалии средней точки маневра.

Из зависимостей (17) и (18) следует, что при $\alpha = 0$ или $\alpha = \pi$ маневр влияет только на величину r , угол φ изменяется со скоростью $\dot{\omega}_{j_2}$, а вектор-приращение $\Delta \bar{e}_m$ остается параллелен вектору \bar{r} .

В этом случае, если величина α от витка к витку не изменяется, время между средними точками маневров кратно аномалистическому периоду вращения спутника в поле второй зональной гармоники T_{j_2} . Для рассматриваемого типа орбит отклонение указанного периода от орбитального периода T составляет менее 0,1%. При оценке относительного положения маневров этим отличием можно пренебречь.

Если значения α (0 и π) чередуются от витка к витку, то время между средними точками маневров кратно половине T_{j_2} . В этом случае, при принятом ограничении числа маневров на витке, минимальное время между ними составляет $1,5T_{j_2}$.

Если векторы $\Delta \bar{e}_m$ и \bar{r} не параллельны, то угловая скорость $\dot{\varphi}$ изменяется. В этом случае маневры (с учетом ограничения их количества на витке) должны выполняться по времени с шагом, превышающим T_{j_2} , что неизбежно ведет к увеличению продолжительности формирования целевой орбиты.

Минимальное время перевода спутника на орбиту с устойчивым профилем высоты достигается при исполнении маневров с максимальной продолжительностью на минимально допустимом расстоянии друг от друга. Это выполняется при условии $\sin \alpha = 0$, которое можно представить в виде:

$$F_e \sqrt{1 - e^2} e_y^* \cos \omega + F_\omega (e - e_y^* \sin \omega) = 0. \quad (19)$$

Равенство (19) совместно с зависимостью (14), полученной из уравнения Кеплера и связывающей угловую длительность активного участка с его временной длительностью, определяет два возможных положения активного участка на витке, для одного из которых $\cos \alpha = 1$, а для второго $\cos \alpha = -1$.

Если $\cos \alpha = 1$, маневр увеличивает параметр r . При выполнении условия $\cos \alpha = -1$ влияние маневра на величину r неоднозначно. Так, для $2r > \Delta e_m$ условие $\cos \alpha = -1$ приводит к сокращению r , а для $2r < \Delta e_m$ — к росту данного параметра.

Для заданного начального значения недобора высоты Δa_0 можно определить начальное значение параметра r , которое позволит

корректировать высоту при неизменном угле $\alpha = \pi$. Для этого необходимо разделить каждое равенство (10), (11) и (17) на выражение (9) и проинтегрировать полученную систему дифференциальных уравнений по величине a с отрицательным шагом, вычисляя положение маневра по формуле (19). В качестве начальных условий интегрирования необходимо выбрать значения параметров целевой орбиты и произвольное положение первого активного участка.

Полученная таким образом зависимость начального радиуса окружности естественного дрейфа вектора эксцентриситета r_0 от начального недобора высоты Δa_0 для разных длительностей маневра показана сплошными синими линиями на рис. 4.

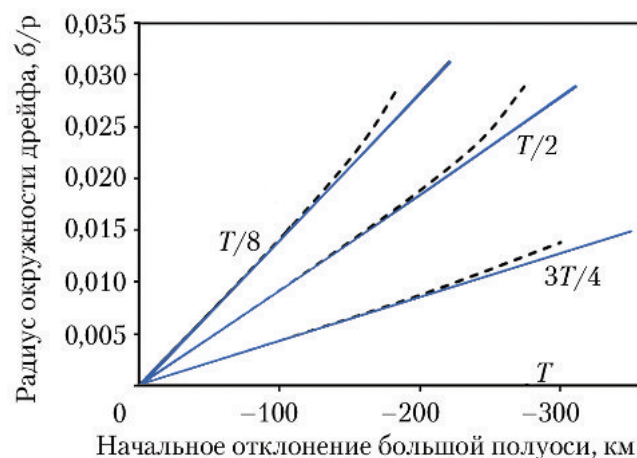


Рис. 4. Максимальный радиус окружности естественного дрейфа вектора эксцентриситета для разных длительностей маневра, выраженных в долях орбитального периода T

Пунктирные линии на данном рисунке отражают влияние атмосферного торможения на величину r_0 для случая выведения спутника на ССО с высотой 729 км при ускорении ДМТ $0,00006 \text{ м/с}^2$. Увеличение ускорения ДМТ способствует уменьшению указанного эффекта.

Из представленных результатов следует: чем больше длительность маневра, тем меньше величина r_0 для заданного значения Δa_0 . При непрерывной работе двигателя на всем витке вектор эксцентриситета орбиты выведения должен совпадать с вектором эксцентриситета целевой орбиты.

Для проектных расчетов в случае малых эксцентриситетов, пренебрегая в выражениях (12–14) членами, содержащими величину e , и интегрируя аналитически уравнение для производной dr/da , можно получить следующую зависимость между параметрами r_0 и Δa_0 :

$$r_0 = - \frac{\Delta a_0 \sin(\eta\pi)}{a_{cp} \eta\pi}, \quad (20)$$

где величина η определяет долю активного участка в периоде орбиты; $\Delta a_0 < 0$; $a_{cp} = a_{ССО} + \Delta a_0/2$; $a_{ССО}$ – большая полуось ССО.

Для представленного управления (19) изменение продолжительности перелета Δt в зависимости от начального отклонения большой полуоси орбиты для разных значений характеристической скорости $V_x = f_n \Delta t_m$ показано на рис. 5. Он построен по результатам интегрирования уравнений движения спутника с учетом атмосферного торможения для случая выведения на ССО с параметрами $n = 29$ и $N = 2$ (средняя высота ≈ 720 км) при ускорении, сообщаемом ДМТ, $0,00006$ м/с².

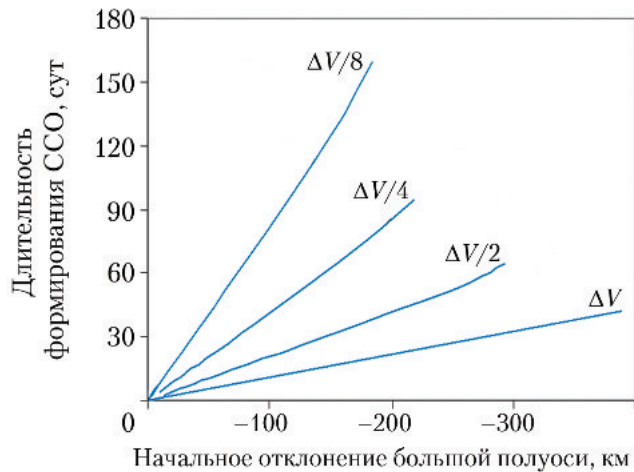


Рис. 5. Длительность формирования солнечно-синхронной орбиты в зависимости от начального отклонения большой полуоси для разных значений характеристической скорости маневра, выраженных в долях максимально возможного приращения скорости ΔV

Согласно представленным графикам, зависимость Δt от Δa_0 для проектных расчетов можно считать линейной. В этом случае для оценки времени перелета допустимо использовать формулу

$$\Delta t = -\Delta a_0 \frac{\pi}{f_n \Delta t_m}, \quad (21)$$

полученную из результатов работы [3].

Из равенства (21) следует, что длительность перелета обратно пропорциональна характеристической скорости V_x , набираемой за один маневр. Максимальное приращение импульса скорости на витке $\Delta V = f_n T$ достигается при непрерывной работе ДМТ.

Если выбрать начальный радиус окружности естественного дрейфа вектора \bar{e} больше значения r_0 , то в процессе перевода спутника с орбиты выведения на целевую ССО величина a достигнет требуемого значения раньше, чем будет ликвидирован дрейф вектора \bar{e} . В этом случае потребуется дополнительное время для коррекции величины r .

Если выбрать начальный радиус окружности естественного дрейфа вектора \bar{e} меньше значения r_0 , то в процессе перевода спутника на целевую орбиту величина r достигнет нулевого значения раньше, чем будет ликвидирован недобор высоты.

При отсутствии жесткого ограничения на периодичность маневров данную проблему можно решить за счет уменьшения или увеличения времени между маневрами на всем периоде коррекции высоты орбиты. В этом случае угол α будет удовлетворять условию $\cos \alpha < 0$.

Если не допускается проводить более одного маневра в период T_{J2} , то для управления вектором \bar{e} можно применить стратегию, включающую три этапа:

- перевод при $\alpha = \pi$ вектора \bar{e} в требуемое положение;
- временное отклонение при $\alpha = 0$ вектора \bar{e} от требуемого положения;
- возвращение при $\alpha = \pi$ вектора \bar{e} в требуемое положение, заканчивающееся в момент достижения высоты ССО.

Для изменения угла α на π маневры должны выполняться в противоположных точках орбиты, что увеличивает время перелета на полвитка. Поскольку процесс перевода спутника с ДМТ на целевую орбиту является многовитковым, данной добавкой можно пренебречь. В этом случае равенство (20) следует заменить условием

$$\sqrt{(e_0 - e_y^* \sin \omega_0)^2 + (e_y^* \cos \omega_0)^2} \leq -\frac{\Delta a_0 \sin(\eta \pi)}{a_{cp} \eta \pi}, \quad (22)$$

где e_0 и ω_0 – эксцентриситет и аргумент перигея орбиты выведения.

Неравенство (22) позволяет определить оптимальное соотношение между параметрами орбиты выведения при принятых ограничениях на управление.

Изменение местного времени пересечения спутником восходящего узла в процессе формирования целевой орбиты

В процессе формирования ССО изменяется скорость прецессии ВУ и, как следствие, среднее местное время прохождения ВУ.

Зависимость приращения Δm_Ω от начального отклонения большой полуоси показана на рис. 6. Он построен с учетом влияния атмосферы для случая выведения спутника на ССО с параметрами $n = 29$ и $N = 2$ при ускорении, сообщаемом ДМТ, $0,00006$ м/с².

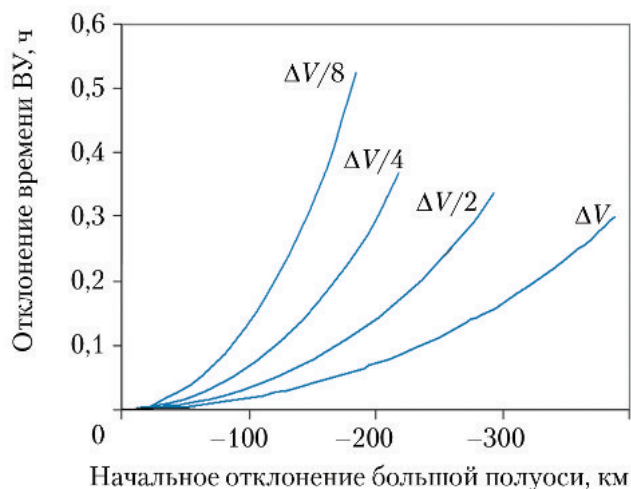


Рис. 6. Отклонение местного времени восходящего узла (ВУ) солнечно-синхронной орбиты в зависимости от отклонения большой полуоси для разных значений характеристической скорости маневра, выраженных в долях максимально возможного приращения скорости ΔV

Чтобы получить аналитическое выражение, отражающее зависимость величины Δm_Ω от начального отклонения большой полуоси, продифференцируем дважды по времени уравнение (1):

$$\ddot{m}_\Omega = \ddot{\Omega} T_d / (2\pi). \quad (23)$$

Значение $\ddot{\Omega}$ определим, дифференцируя по времени выражение (3) и полагая $e = 0$; $\dot{a} = \Delta a / T = 2f_n \eta \sqrt{a^{-3} \mu}$. В случае выполнения на каждом витке равных по продолжительности маневров величина $\ddot{\Omega}$ изменяется медленно. Считая величину $\ddot{\Omega}$ постоянной и дважды интегрируя по времени уравнение (23), получим с учетом формулы (21) зависимость:

$$\Delta m_\Omega = -\frac{21}{16} \frac{J_2 \sqrt{\mu} R_e^2 T_d \cos i}{f_n \Delta t_m a_{cp}^{9/2}} \Delta a_0^2. \quad (24)$$

Из равенства (24) следует, что величина Δm_Ω обратно пропорциональна характеристической скорости, набираемой за один маневр, и прямо пропорциональна квадрату начального отклонения по большой полуоси.

Отклонение Δm_Ω положительно, поэтому для его компенсации местное время ВУ орбиты выведения должно быть на Δm_Ω раньше местного времени ВУ ССО. Это условие определяет отклонение инерциальной долготы ВУ орбиты выведения и реализуется за счет смещения времени старта РН.

Смещение трассы в процессе формирования целевой орбиты

В период формирования ССО изменяется межвитковое расстояние $\Delta \lambda_{MB}$, что приводит к смещению трассы. Для случая выведения

спутника на ССО с параметрами $n = 29$ и $N = 2$ при ускорении $0,00006 \text{ м/с}^2$, сообщаемом ДМТ, зависимость смещения трассы по долготе $\Delta \lambda$ от начального отклонения большой полуоси показана на рис. 7.

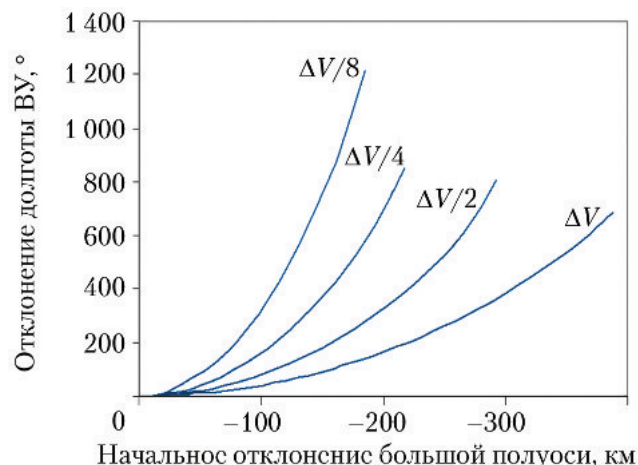


Рис. 7. Отклонение географической долготы восходящего узла (ВУ) в зависимости от отклонения большой полуоси для разных значений характеристической скорости маневра, выраженных в долях максимально возможного приращения скорости ΔV

Скорость смещения трассы определяется следующим образом [4]:

$$\dot{\lambda} = \dot{\Omega} - \omega_e + \dot{u}N/n. \quad (25)$$

Ускорение

$$\ddot{\lambda} \approx \ddot{u}N/n \quad (26)$$

можно считать постоянным в случае выполнения на каждом витке равных по продолжительности маневров.

Дифференцируя по времени выражение (6), полагая $e = 0$; $\dot{a} = \Delta a / T$ и дважды интегрируя по времени уравнение (26) с учетом формулы (21), получим зависимость:

$$\Delta \lambda = \frac{3N}{4n} \frac{\sqrt{\mu} \pi}{f_n \Delta t_m a_{cp}^{5/2}} \Delta a_0^2. \quad (27)$$

Из равенства (27) следует, что смещение трассы по долготе обратно пропорционально характеристической скорости, набираемой за один маневр, и прямо пропорционально квадрату начального отклонения большой полуоси. Величина $\Delta \lambda$ также зависит от отношения параметров N и n , характеризующих повторяемость трассы номинальной ССО.

Результаты, представленные на рис. 7, показывают, что смещение трассы в процессе формирования ССО многократно превышает величину межзвездного расстояния $\Delta \lambda_{MB} / N$ номинальной кратной орбиты на периоде повторяемости трассы. То есть, на этапе перевода спутника реальное

положение его ВУ по долготе несколько раз совпадает с одним из допустимых, а конечное угловое смещение полученной и номинальной трассы не превышает величину $\delta\lambda = \Delta\lambda - [N\Delta\lambda/\Delta\lambda_{\text{МВ}} + 1/2]\Delta\lambda_{\text{МВ}}/N$, где квадратными скобками обозначена операция округления до ближайшего меньшего целого.

Отклонение $\delta\lambda$ невозможно компенсировать за счет выбора начальных параметров выведения, так как географическая долгота ВУ орбиты выведения определяется наклоном орбиты и долготой стартовой площадки РН и, следовательно, является в общем случае не варьируемой величиной.

Корректировать прогнозируемое отклонение $\delta\lambda$ после выведения в случае $\Delta\lambda \gg \delta\lambda$ нецелесообразно, так как ошибки выведения, исполнения маневров и определения орбиты приведут к конечному смещению трассы, сопоставимому с величиной $\delta\lambda$.

Таким образом, ликвидировать смещение трассы необходимо незадолго до достижения ССО. Экономный по затратам топлива вариант компенсации набранной ошибки географической долготы ВУ заключается в пассивном многовитковом смещении трассы с ненулевой скоростью $\dot{\lambda}$ на высоте, расположенной ниже номинальной кратной орбиты.

Полагая, что прогнозируемая при подлете к ССО максимальная ошибка по долготе равна межзловому расстоянию трассы $\Delta\lambda_{\text{МВ}}/N$, максимальное время пассивного ожидания Δt_w можно оценить по формуле:

$$t_w = -\frac{4\pi}{3N} \sqrt{\frac{a_{\text{ССО}}^5}{\mu}} \frac{1}{|\Delta a|}. \quad (28)$$

Выражение (28) получено в результате деления долготной ошибки на отклонение скорости пассивного дрейфа от номинального значения $\dot{\lambda}$, которое, как следует из формулы (25), можно представить в виде:

$$\dot{\lambda} = \left(\frac{d\dot{\Omega}}{da} + \frac{N}{n} \frac{d\dot{u}}{da} \right) \Delta a \approx \frac{N}{n} \frac{d\dot{u}}{da} \Delta a.$$

Согласно соотношению (28), время ожидания обратно пропорционально отклонению большой полуоси Δa . Графическое представление этой зависимости для ССО с параметрами $n = 29$ и $N = 2$ дано на рис. 8.

Чем больше величина N , тем меньше время ожидания. В интервале значений большой полуоси 6 800...8 000 км параметр N принимает минимальное значение, равное единице, у орбиты с $n = 15$ ($a = 6 939,1$ км) и $n = 14$ ($a = 7 266,5$ км) [1].

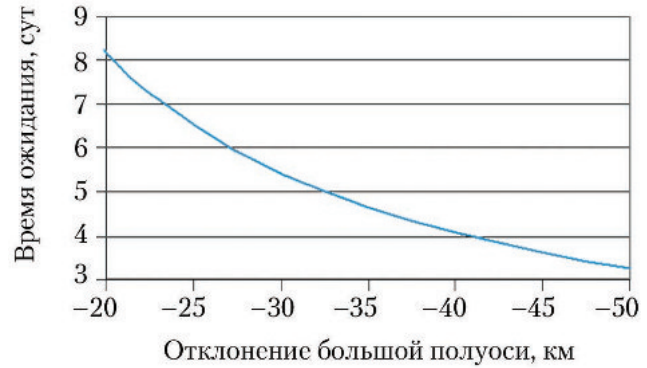


Рис. 8. Максимальная продолжительность пассивного дрейфа в зависимости от отклонения большой полуоси

Заключение

В результате проведенного исследования показано, что в случае перевода спутника с помощью ДМТ с орбиты выведения на ССО с устойчивым профилем высоты при ограничении периодичности и величины маневров существует оптимальное соотношение между значениями большой полуоси, эксцентриситета и аргумента перигея орбиты выведения, которое обеспечивает выполнение перехода за минимальное время.

Исследовано смещение местного времени ВУ, возникающее в процессе продолжительного перевода спутника на ССО из-за изменения параметров, характеризующих форму и размеры его орбиты. Получена оценка конечного отклонения местного времени ВУ и показано, что для сокращения продолжительности формирования ССО местное время ВУ орбиты выведения должно быть на величину указанного отклонения более ранним, чем местное время ВУ ССО.

Рассмотрен вопрос о смещении трассы спутника в процессе его перевода на целевую орбиту. Из полученных результатов следует, что указанное смещение может многократно превышать расстояние между восходящими узлами номинальной трассы на периоде ее повторяемости. Обоснована нецелесообразность коррекции трассы на начальных этапах формирования ССО и предложено для устранения ее смещения применять в конце этапа формирования ССО на высоте, отличной от высоты целевой кратной орбиты, многовитковый пассивный перерыв между маневрами, максимальная величина которого определена в данной работе.

Список литературы

1. Чернов А.А., Чернявский Г.М. Орбиты спутников дистанционного зондирования Земли. М.: Радио и связь, 2004. 200 с.

2. *Vollado D.A. Fundamentals of astrodynamics and applications. USA, McGraw Hill. 1997. 926 с.*

3. *Сытин О.Г., Чернов А.А. Проектные оценки параметров коррекции орбит космических аппаратов дистанционного зондирования Земли с двигателями малой тяги // Космонавтика и ракетостроение. 2009. № 2(55). С. 22–35.*

4. *Колегов Г.А. Избранные разделы космической баллистики искусственных спутников Земли: методическое пособие. М.: ЦНИИмаш, 2007. 270 с.*

5. *Салмин В.В., Соколов В.О. Приближенный расчет маневров формирования орбиты спутника Земли с двигателями малой тяги // Космические исследования. 1991. Т. 29. № 6. С. 872–888.*

Статья поступила в редакцию 02.10.2015 г.

Reference

1. *Chernov A.A., Chernyavskii G.M. Orbity sputnikov distantsionnogo zondirovaniya Zemli [Orbits of the Earth remote sensing satellites]. Moscow, Radio i svyaz' publ., 2004. 200 p.*

2. *Vollado D.A. Fundamentals of astrodynamics and applications. USA, McGraw Hill publ., 1997. 926 p.*

3. *Sytin O.G., Chernov A.A. Proektnye otsenki parametrov korrektsii orbit kosmicheskikh apparatov distantsionnogo zondirovaniya Zemli s dvigatelyami maloi tyagi [Project evaluations of the orbital correction parameters of the Earth remote sensing spacecraft with thrusters]. Kosmonavtika i raketostroenie, 2009, no. 2(55), pp. 22–35.*

4. *Kolegov G.A. Izbrannye razdely kosmicheskoi ballistiki iskusstvoennykh sputnikov Zemli: metodicheskoe posobie [Selected sections of space ballistics of the Earth artificial satellites: textbook of methods]. Moscow, TsNII mash publ., 2007. 270 p.*

5. *Salmin V.V., Sokolov V.O. Priblizhennyi raschet manevrov formirovaniya orbity sputnika Zemli s dvigatelyami maloi tyagi [Approximate calculation of the orbit generation maneuvers for the Earth satellite with thrusters]. Kosmicheskie issledovaniya, 1991, vol. 29, no. 6, pp. 872–888.*