

## ПРАКТИКА ПРИМЕНЕНИЯ МОДАЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ ДЛЯ ЦЕЛЕЙ ВЕРИФИКАЦИИ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫХ МОДЕЛЕЙ КОНСТРУКЦИИ ИЗДЕЛИЙ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ

© 2014 г. Межин В.С., Обухов В.В.

ОАО «Ракетно-космическая корпорация “Энергия” имени С.П. Королёва» (РКК «Энергия») Ул. Ленина, 4А, г. Королёв, Московская область, Россия, 141070, e-mail: post@rsce.ru

*Достоверность нагрузок, действующих на элементы конструкции космических аппаратов, во многом зависит от точности их расчетных конечно-элементных моделей. Рассматривается процесс верификации математических моделей изделий ракетно-космической техники, который включает в себя следующие этапы: разработка моделей, подготовка и проведение модальных испытаний, корреляционный анализ и корректировка моделей.*

**Ключевые слова:** конечно-элементная модель, модальные испытания, корреляционный анализ, корректировка модели.

## THE PRACTICE OF USING MODAL TESTS TO VERIFY FINITE ELEMENT MODELS OF ROCKET AND SPACE HARDWARE

Mezhin V.S., Obukhov V.V.

*S.P. Korolev Rocket and Space Public Corporation Energia (RSC Energia)  
4A Lenin Street, Korolev, Moscow region, 141070, Russia, e-mail: post@rsce.ru*

*The validity of loads applied to structural elements of spacecraft to a large extent depends on the accuracy of their computational finite element models. The paper discusses the process of verifying math models of rocket and space hardware, which includes the following stages: development of models, preparation for and implementation of modal survey tests, correlation analysis and updating of the models.*

**Key words:** finite element model, modal survey tests, correlation analysis, updating of the model.



МЕЖИН В.С.



ОБУХОВ В.В.

МЕЖИН Вячеслав Семенович — ктн, начальник сектора РКК «Энергия»,  
e-mail: [vyacheslav.mezhin@rsce.ru](mailto:vyacheslav.mezhin@rsce.ru)

MEZHIN Vyacheslav Semenovich — Candidate of Science (Engineering), Head of Sector at RSC Energia

ОБУХОВ Владимир Васильевич — ктн, заместитель руководителя НТЦ РКК «Энергия»,  
e-mail: [vladimir.obukhov@rsce.ru](mailto:vladimir.obukhov@rsce.ru)

ОБУКHOV Vladimir Vasilyevich — Candidate of Science (Engineering), Deputy Head of STC at RSC Energia

Наиболее эффективным средством прогнозирования параметров механического нагружения конструкции космических аппаратов (КА) на участке их выведения, а также разворачиваемых на орбите крупногабаритных элементов (таких как солнечные батареи (СБ), радиаторы, антенны и др.) является «связанный» расчет нагрузок для систем «Ракета-носитель-КА», «КА-СБ» и т.д. При этом точность прогнозирования нагрузок в значительной степени зависит от точности математической конечно-элементной модели (КЭМ) самих КА и СБ.

Хотя КЭМ создаются РКК «Энергия» с использованием таких мощных вычислительных комплексов, как *NASTRAN*, *PATRAN*, *ADAMS* и др. на базе геометрических моделей конструкции КА в формате 3D, существуют некоторые неопределенности в значениях ряда параметров. Так, обязательного экспериментального подтверждения (верификации) требуют толщины оболочек и другие параметры конструкций, физические свойства материалов (модули упругости и т.д.), а также различные допущения в части выбираемого типа механических связей между некоторыми элементами конструкции и линейность этих связей.

С целью верификации КЭМ для конкретных режимов нагружения изделия (этап выведения или орбитальной эксплуатации) проводятся модальные испытания (МИ) на полноразмерных динамических макетах, предназначенных для зачетных вибропрочностных испытаний.

### Требования к силовой оснастке для модальных испытаний

Модальные испытания динамических макетов проводятся в составе специальных экспериментальных установок (ЭУ), содержащих: объект испытаний (ОИ); силовую оснастку (СО) для закрепления ОИ в соответствии с требуемыми граничными условиями; электродинамический вибратор со штоком, снабженным измерителем усилия; систему управления нагружением, измерения и обработки данных; акселерометры системы измерения. При этом силовая оснастка не должна оказывать влияние на динамические характеристики (ДХ) ОИ в исследуемом диапазоне частот. Чтобы убедиться в этом, необходимо разработать КЭМ силовой оснастки и расчетным путем определить ее ДХ. После изготовления (доработки) СО необходимо подтвердить ДХ экспериментально по результатам частотных испытаний СО, проведенных без ОИ.

Если в результате будет установлено, что низшие собственные частоты СО находятся в области частот исследуемого ОИ, а значит, она оказывает влияние на ДХ ОИ, конструкция СО дорабатывается и вновь проверяется на соответствие вышеуказанному требованию.

Например, по результатам предварительного расчета в конструкцию СО экспериментальной установки, предназначенной для МИ модуля Международной космической станции МИМ1, с целью увеличения жесткости были введены дополнительные подкосы опорных колонн, а в конструкции СО, предназначенной для проведения МИ крупногабаритной СБ (с размерами 8×2 м), была изменена силовая схема, и введены конструктивные элементы большей жесткости.

Проведенные в дальнейшем частотные испытания упомянутых выше силовых оснасток подтвердили их достаточную жесткость и отсутствие влияния на ДХ ОИ.

В качестве примера на рис. 1 приведен общий вид ЭУ для модальных испытаний динамического макета МИМ1 при нагружении в направлении вертикальной оси.



**Рис. 1. Экспериментальная установка для модальных испытаний динамического макета МИМ1 при условии нагружения в направлении вертикальной оси:** 1 – блоки системы управления нагружением, измерения и обработки данных; 2 – электродинамический вибратор; 3 – шток электродинамического вибратора, снабженный измерителем усилия; 4 – объект испытания (динамический макет МИМ1); 5 – акселерометр системы измерения, установленный на объекте испытаний; 6 – силовая оснастка для закрепления объекта испытаний

### Последовательность разработки КЭМ объекта испытаний

До начала проведения модальных испытаний разрабатывается КЭМ ОИ и делается анализ его ДХ. В процессе такого анализа

определяются эффективные массы всех мод колебаний в анализируемом частотном диапазоне. Эффективная масса дает представление о важности мод с точки зрения их вклада в реакцию конструкции и является хорошим индикатором для выделения «целевых» мод.

Вектор-строка матрицы модальных эффективных масс для  $i$ -ой моды собственных колебаний ОИ определяется по формуле, приведенной в [1]:

$$M^e(r, j) = \frac{(\{\varphi_r\}^T [m] \{\varphi_{RB, j}\})^2}{\{\varphi_r\}^T [m] \{\varphi_r\}}$$

где  $\{\varphi_{RB, j}\}$  — форма твердого тела линейного или углового перемещения;  $j = 1, 2, \dots, 6$ ;  $\{\varphi_r\}$  — матрица форм упругой конструкции;  $r = 1, 2, \dots, N$ ;  $[m]$  — матрица масс;  $N$  — количество анализируемых мод;  $T$  — знак транспонирования.

Сумма всех компонент модальных эффективных масс для всех мод ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) упругого тела должна равняться полной физической массе ( $j = 1, 2, 3$ ) и моментам инерции ( $j = 4, 5, 6$ ) конструкции. При этом моды, модальная эффективная масса которых превышает 10% от суммарной физической массы (момента инерции), считаются «основными» целевыми модами, а те, у которых эффективная масса превышает 5%, считаются «вторичными» целевыми модами [2, 3, 4].

Как правило, только эти моды используются при коррекции КЭМ.

### Использование КЭМ для подготовки к модальным испытаниям

После анализа целевых мод колебаний определяются места расстановки акселерометров. Поскольку число степеней свободы, измеряемых акселерометрами, значительно меньше числа степеней свободы КЭМ, то для того, чтобы иметь возможность сравнивать результаты расчета с экспериментальными данными, выполняется редукция матриц масс  $[m]$  и жесткостей  $[k]$  КЭМ до размерности, соответствующей количеству измеряемых степеней свободы. При использовании вычислительного комплекса *NASTRAN* редукция проводится по методу Гайяна [5].

Для оценки достаточности количества акселерометров и правильности их расстановки с целью идентификации целевых мод используется критерий модальной достоверности (МАС-критерий). Элементы МАС-критерия определяются по формуле, приведенной в работах [1, 6]:

$$MAC_{ij} = \frac{(\{\varphi_{ia}\}\{\varphi_{ja}\})^2}{(\{\varphi_{ia}\}\{\varphi_{ja}\})(\{\varphi_{ia}\}\{\varphi_{ia}\})}$$

где  $\{\varphi_{ia}\}\{\varphi_{ja}\}$  — анализируемая пара векторов матриц форм  $\{\varphi_{ia}\}$  и  $\{\varphi_{ja}\}$ ;  $i, j$  — номера мод ( $i, j = 1, 2, \dots, N$ , где  $N$  — размерность векторов).

Значения МАС-критерия изменяются от 0 для линейно независимых между собой векторов до 1 для линейно зависимых пар векторов.

В случае, если после редукции внедиагональные элементы матрицы МАС-критерия превышают 0,1 для «основных» или 0,15 для «вторичных» целевых мод [2, 3, 4], то после анализа соответствующих форм колебаний вводятся дополнительные места установки акселерометров. Цикл повторяется до тех пор, пока ни один из внедиагональных элементов матрицы МАС-критерия для «основных» целевых мод не будет превышать 0,1 (0,15 — для «вторичных» целевых мод).

Например, анализ, предшествующий МИ динамического макета модуля МИМ1, показал, что для идентификации всех целевых мод необходимо было использовать 397 каналов измерения.

Подтверждением достаточности данного количества измерительных каналов и «правильности» выбора мест расстановки акселерометров на динамическом макете МИМ1 является матрица МАС-критерия для форм целевых мод полной и редуцированной моделей, приведенная в табл. 1.

Таблица 1

### Матрица МАС-критерия для расчетных форм целевых мод полной и редуцированной моделей динамического макета МИМ1

Номер моды	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,15	0,01	0,03
2	0,00	1,00	0,07	0,00	0,03	0,04	0,05	0,09
3	0,00	0,02	1,00	0,02	0,03	0,07	0,02	0,03
4	0,02	0,01	0,01	0,92	0,01	0,13	0,00	0,16
5	0,06	0,01	0,00	0,00	0,91	0,08	0,10	0,00
6	0,12	0,01	0,06	0,14	0,07	0,87	0,03	0,04
7	0,01	0,08	0,03	0,00	0,15	0,03	0,91	0,10
8	0,01	0,11	0,02	0,12	0,05	0,04	0,09	0,86

Примечание: Моды 1..5 являются «основными», а моды 6..8 — «вторичными» целевыми модами.

К числу вопросов, которые приходится решать на этапе подготовки МИ, относится определение типа используемых акселерометров,

а также определение оптимальных мест возбуждения колебаний конструкции ОИ в процессе проведения МИ.

При подготовке МИ для ОИ типа СБ, радиаторов и других конструкций, имеющих инфранизкие значения частот собственных колебаний, необходимо использовать однокомпонентные датчики с чувствительностью не менее 1 000 мВ/г и диапазоном измерений по частоте 0...100 Гц. Для ОИ, целевые моды которых лежат в диапазоне частот 5...50-70 Гц, наибольшее предпочтение следует отдавать датчикам с диапазоном измерения по частоте 0,5...1 000 Гц.

Этим требованиям удовлетворяют использовавшиеся при проведении МИ акселерометры типа 3701M15 с частотным диапазоном измерений 0...150 Гц и акселерометры типа T333B50 с частотным диапазоном 0,5...3 000 Гц (разработки компании *PCB, USA*).

В соответствии с общепринятыми международными требованиями [3, 4], погрешности экспериментального определения значений собственных частот, ускорений (т. е. в конечном итоге — форм колебаний) и коэффициентов демпфирования не должны превышать: по частоте ±1%; по амплитуде ускорения ±3%, а для коэффициентов демпфирования ±10%.

Указанные требования выполнялись при использовании в процессе проведения МИ упомянутых выше акселерометров и настроек математического аппарата *LMS TestLab*.

На этой же стадии определяется место крепления штока вибратора к ОИ. В случае, если это место близко к узлу формы одной из «основных» мод, определяется резервное место возбуждения колебаний основным вибратором, либо принимается решение о возбуждении колебаний двумя вибраторами (при этом вводится требование о необходимости синхронизации их работы).

В процессе подготовки МИ необходимо с высокой точностью определить координаты мест расположения акселерометров. Если координаты места расположения акселерометра не совпадают с соответствующими координатами ближайшей узловой точки КЭМ, в КЭМ вводится жесткий элемент, соединяющий ближайший узел КЭМ с узлом расположения акселерометра.

### Верификация КЭМ объекта испытаний

До начала МИ верифицируется матрица масс математической модели динамического макета с тем, чтобы точность ее определения соответствовала международным требованиям [2, 3]. В частности, погрешность

суммарной массы математической модели не должна превышать 2%, а среднеквадратическая погрешность определения положения центра масс не должна превышать 0,025 м. Данные по фактической суммарной массе и центровке макета должны определяться по результатам взвешивания ОИ.

Критерием качества определенных в процессе МИ собственных форм колебаний является ортогональность форм для различных мод.

При наличии верифицированной матрицы масс условие ортогональности может быть проверено с помощью *MAC*-критерия. Пример такого анализа для экспериментальных форм колебаний динамического макета МИМ1 приведен в табл. 2. Данные этой таблицы подтверждают качество определения «экспериментальных» форм колебаний.

Таблица 2

### Значения *MAC*-критерия для экспериментально определенных мод динамического макета МИМ1

Частота, Гц	7,35	9,57	11,79	12,59	14,38	18,42	19,29	20,45
7,35	1,00	0,06	0,06	0,02	0,01	0,05	0,07	0,05
9,57	0,06	1,00	0,07	0,01	0,01	0,01	0,01	0,00
11,79	0,06	0,07	1,00	0,05	0,02	0,09	0,01	0,01
12,59	0,02	0,01	0,05	1,00	0,00	0,01	0,04	0,00
14,38	0,01	0,01	0,02	0,00	1,00	0,08	0,01	0,00
18,42	0,05	0,00	0,09	0,01	0,08	1,00	0,08	0,06
19,29	0,06	0,01	0,01	0,04	0,01	0,08	1,00	0,09
20,45	0,05	0,01	0,01	0,00	0,00	0,06	0,09	1,00

После получения набора экспериментальных данных с помощью программного комплекса *LMS VirtualLab* проводится корреляционный анализ на соответствие параметров редуцированной расчетной математической модели параметрам «экспериментальной» модели, определенной с помощью программного обеспечения *LMS TestLab*.

В результате работы *LMS VirtualLab* определяется соответствующая матрица *MAC*-критерия, которая, как правило, не удовлетворяет требованиям [2, 3, 4]. В связи с этим необходима коррекция расчетной математической модели.

Процесс уточнения начинается с того, что для каждой целевой моды расчетным путем находится распределение потенциальной энергии деформаций и определяется элемент (часть конструкции), который вносит наибольший вклад в потенциальную энергию деформаций

для анализируемой целевой моды. Далее проводится анализ чувствительности частоты этой моды к изменению параметров жесткости элемента (части конструкции), и выбирается такое значение анализируемого параметра, которое приводит к минимальной погрешности по частоте. Для выбранной таким образом частоты определяется форма колебаний.

Такой анализ проводится для всех целевых мод. По результатам анализа с использованием *LMS VirtualLab* определяется матрица *MAC*-критерия. Если *MAC*-критерий удовлетворяет требованиям [2, 3, 4], т. е. диагональные элементы для «основных» целевых мод не менее 0,90 (0,85 — для «вторичных» целевых мод), а внедиагональные элементы не более 0,10 для «основных» целевых мод (0,15 — для «вторичных» целевых мод), и при этом погрешность по частоте для «основных» мод не превышает 3% (а для «вторичных» мод 5%), то анализ прекращается.

Если же при таком подходе упомянутые требования не удовлетворяются, то решается задача оптимизации, в которой целевыми функциями являются частоты собственных колебаний, а возможные диапазоны варьируемых параметров (модуль упругости, жесткости силовых связей и др.) определяются, исходя из значений нормативных погрешностей (например, для толщин оболочек и размеров силовых элементов) и инженерного опыта.

В качестве примера решения поставленной задачи для модуля МИМ1 в табл. 3 приводятся значения матрицы *MAC*-критерия для расчетных и экспериментальных «основных» целевых форм колебаний, а в табл. 4 дается сравнение значений частот. Из этих таблиц видно, что точность откорректированной математической модели макета МИМ1 практически удовлетворяет международным требованиям [2, 3, 4], а сама модель была принята для проведения «связанного» анализа нагрузок в системе *Space Shuttle*–МИМ1.

Таблица 3

#### Матрица значений *MAC*-критерия между расчетными и экспериментальными формами «основных» целевых мод динамического макета МИМ1

Расчет	Эксперимент				
	Частота, Гц				
Частота, Гц	7,35	9,76	11,79	12,59	14,38
7,46	0,92	0,00	0,02	0,04	0,02
9,60	0,01	0,91	0,08	0,05	0,03
12,04	0,02	0,00	0,85	0,05	0,01
13,13	0,02	0,01	0,15	0,94	0,01
14,13	0,01	0,03	0,02	0,07	0,84

Таблица 4

#### Сравнение частот «основных» целевых мод динамического макета МИМ1

Номер моды	Частота, Гц		Погрешность, %
	Расчет	Эксперимент	
1	7,46	7,35	+ 1,50
2	9,60	9,76	+ 0,33
3	12,04	11,79	+ 2,12
4	13,13	12,59	+ 4,28
5	14,13	14,38	– 1,74

Аналогичный анализ проводится РКК «Энергия» для каждого динамического макета каждого вновь разрабатываемого изделия.

#### Особенности верификации КЭМ солнечных батарей

Эффективность данного подхода также была подтверждена при создании математических КЭМ СБ. Наибольшие погрешности начальных расчетных математических моделей были выявлены для конструкций СБ в развернутом состоянии. Необходимо отметить, что конструкции СБ представляют собой совокупность трехслойных анизотропных панелей, соединенных между собой упругими элементами. Из-за наличия большого количества неопределенностей в жесткостных параметрах элементов конструкции погрешность определения собственных частот на начальной стадии исследования доходила до 37,73% (табл. 5), что лишнее подтвердило необходимость проведения МИ. Выполненный с помощью *LMS VirtualLab* корреляционный анализ и последующее уточнение жесткостных параметров позволили снизить эти погрешности определения частот до приемлемых уровней, заданных в работах [3, 4]. При этом *MAC*-критерий для «основных» целевых мод редуцированной расчетной и экспериментальной моделей, матрица которого приведена в табл. 6, также практически удовлетворяет жестким международным требованиям [3, 4].

Таблица 5

#### Сравнение частот «основных» целевых мод макета СБ

Номер моды	Расчетные частоты, Гц		Экспериментально определенные частоты, Гц	Погрешность, %	
	до коррекции	после коррекции		до коррекции	после коррекции
1	1,37	1,64	1,66	–17,50	–1,16
2	6,66	5,04	4,90	+35,90	+2,93
3	12,32	16,97	17,07	+37,73	–0,70
4	22,27	19,93	20,66	–10,61	–3,50
5	32,88	21,40	21,29	+35,00	+0,49

Таблица 6

**Матрица значений МАС-критерия для расчетных и соответствующих экспериментальных форм «основных» целевых мод СБ**

Расчет	Эксперимент				
	Частота, Гц				
Частота, Гц	1,66	4,90	17,07	20,66	21,29
1,64	1,00	0,03	0,09	0,02	0,00
5,04	0,04	0,90	0,12	0,02	0,03
16,97	0,11	0,14	0,88	0,14	0,03
19,93	0,05	0,03	0,15	0,87	0,06
21,40	0,01	0,02	0,02	0,08	0,89

### Основные этапы верификации КЭМ конструкции изделий ракетно-космической техники

Таким образом, применяемая РКК «Энергия» методика верификации КЭМ ОИ базируется на результатах модальных испытаний ОИ и включает следующие основные этапы:

- разработка КЭМ силовой конструкции СО для крепления ОИ;
- подтверждение ДХ конструкции СО (аттестация) по результатам расчетов и частотных испытаний СО;
- верификация матрицы масс КЭМ ОИ на основании данных по фактической суммарной массе и центровке макета, определенных по результатам взвешивания ОИ;
- определение количества акселерометров и мест их расстановки на основании анализа целевых мод колебаний ОИ и критерия модальной достоверности (МАС-критерий);
- определение мест крепления штока вибратора к ОИ (мест возбуждения) с учетом расположения узлов формы колебания одной из «основных» мод;
- проведение модальных испытаний, обработки и анализа экспериментальных данных;
- проведение верификации КЭМ ОИ на основании полученных экспериментальных данных путем корреляционного анализа

на соответствие параметров редуцированной расчетной математической модели параметрам «экспериментальной» модели с последующей коррекцией расчетной математической модели для каждой целевой моды с использованием матрицы МАС-критерия.

### Выводы

Применяемая РКК «Энергия» методика верификации КЭМ конструкции изделий РКТ базируется на результатах модальных испытаний динамического макета, установленного на аттестованной силовой оснастке, имитирующей граничные условия штатного закрепления ОИ.

Данная методика успешно реализована в процессе наземной экспериментальной отработки таких изделий РКК «Энергия», как шлюзовая камера, модуль Международной космической станции МИМ1, разгонный блок ДМ и солнечные батареи автоматических КА в развернутом положении.

Результаты верификации КЭМ перечисленных выше изделий РКТ, полученные с использованием внедренной РКК «Энергия» методики, отвечают общепринятым международным требованиям по точности определения динамических характеристик.

### Список литературы

1. Ewins D.J. *Modal Testing: Theory, Practice and Applications, 2-nd Edition* // Research Studies Press (England), 2000.
  2. *Payload Verification Requirements, Space Shuttle Program* // NSTS 14046, Revision E, 2000.
  3. MIL-HDBK 340A: *Test Requirements for Launch* // Upper Stage and Space Vehicles, 1999.
  4. ESA-ECSS-E-ST-32-11C: *Space Engineering-Modal Survey Assessment, European Cooperation for Space Standardization. Noordwijk (the Netherlands), 2008.*
  5. Guyan R.J. *Reduction of Stiffness and Mass Matrices* // AIAA Journal. V. 3. № 2. 1965. P. 380.
  6. Хейлен В., Ламменс С., Сас П. Модальный анализ: теория и испытания / Пер. с англ. Межина В.С. и Невзорского Н.А. М.: ООО «Новатест», 2010.
- Статья поступила в редакцию 10.06.2013 г.