

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭНЕРГОДВИГАТЕЛЬНОГО КОМПЛЕКСА СИСТЕМЫ ТРАНСПОРТНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ РАЗВЕРТЫВАНИЯ И ОБСЛУЖИВАНИЯ ОРБИТАЛЬНОЙ ГРУППИРОВКИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

© 2013 г. Евдокимов Р.А.¹, Фадеев А.С.²

¹ОАО «Ракетно-космическая корпорация «Энергия» имени С.П. Королёва» (РКК Энергия)
Ул. Ленина, 4А, г. Королёв, Московская область, Россия, 141070, e-mail: post@rsce.ru

²ФГУП «Центр эксплуатации объектов наземной космической инфраструктуры» (ЦЭНКИ)
Ул. Щепкина, 42, Москва, Россия, 129857, e-mail: tsenki@roscosmos.ru

Рассмотрена совокупность математических моделей, необходимая для формализации задачи параметрического синтеза энергодвигательного комплекса системы транспортно-технического обеспечения орбитальной группировки космических аппаратов. Представлена классификация математических моделей энергодвигательных комплексов и их наиболее характерные примеры. Использование разработанных моделей позволяет формализовать и решить задачу оптимизации проектных параметров энергодвигательных комплексов системы транспортно-технического обеспечения с учетом неопределенности исходной информации.

Ключевые слова: математическая модель, энергодвигательный комплекс, техническое обслуживание, межорбитальная транспортировка, стохастическая модель.

MATHEMATICAL MODELS OF THE POWER AND PROPULSION UNIT FOR THE TRANSPORTATION AND MAINTENANCE SYSTEM SUPPORTING SATELLITE CONSTELLATION DEPLOYMENT AND SERVICING

Evdokimov R.A.¹, Fadeev A.S.²

¹S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energia (RSC Energia)
4A Lenin Street, Korolev, Moscow region, 141070, Russia, e-mail: post@rsce.ru

²Center for Operation of Ground Space Infrastructure Facilities (FGUP TsNKI)
42 Shchepkin Street, Moscow, 129857, Russia, e-mail: tsenki@roscosmos.ru

The paper discusses a set of mathematical models required to formalize the parametric synthesis problem for the Power-and-Propulsion Unit of the Transportation and Maintenance System for a satellite constellation. It provides a classification of these models and some of their most representative examples. The use of these models makes it possible to formalize and solve the optimization problem for the design variables of the Transportation and Maintenance System Power & Propulsion Unit.

Key words: mathematical model, power and propulsion unit, maintenance, interorbital transportation, stochastic model.



ЕВДОКИМОВ Р.А.

ЕВДОКИМОВ Роман Александрович – ктн, начальник сектора
РКК «Энергия», e-mail: roman.evdokimov@rsce.ru

EVDOKIMOV Roman Alexandrovich – Candidate of Science (Engineering),
Head of Sector at RSC Energia



ФАДЕЕВ А.С.

ФАДЕЕВ Александр Сергеевич – д.т.н., генеральный директор ФГУП «ЦЭНКИ», e-mail: tsenki@roscosmos.ru

FADEEV Alexander Sergeevich – Candidate of Science (Engineering), General Director of the FGUP TsNKI

Одним из возможных и перспективных путей снижения материальных затрат на развертывание и обеспечение высокого уровня технической готовности обширных орбитальных группировок космических аппаратов (КА), размещаемых на высоких орбитах, является создание систем транспортно-технического обеспечения орбитальной группировки (ОГ) [1]. Под системой транспортно-технического обеспечения (СТТО) понимается совокупность КА, предназначенных для развертывания ОГ (выведения КА с опорной на рабочие орбиты), а также ее дальнейшего технического обслуживания (ТО) – замены вышедших из строя элементов бортовых систем КА и дозаправки компонентами топлива их двигательных установок коррекции (ДК) и ориентации (ДО).

Один из наиболее общих и сложных случаев построения СТТО предусматривает включение в ее состав многоразовых межорбитальных буксиров (МБ) с жидкостными ракетными двигателями (ЖРД) большой тяги для развертывания ОГ в приемлемые сроки, а также космических аппаратов обслуживания (КАО) с солнечными электроракетными двигательными установками (СЭРДУ) [1]. КАО фактически являются многоразовыми межорбитальными буксирами, оснащенными робототехническим комплексом (РТК) для ремонта и дозаправки КА ОГ. В работе [1], где рассматривается подобная система, принято, что МБ и КАО дозаправляются и проходят техническое обслуживание на орбитальном космическом центре (ОКЦ) – орбитальной пилотируемой станции, оснащенной системами хранения и дозаправки топливом транспортных КА.

В работах [1, 2] показано, что для систем, подобных СТТО, на ранних этапах проектирования актуальна задача оптимизации проектных параметров энергодвигательного комплекса (ЭДК), представляющего собой совокупность энергодвигательных систем (ЭДС) КА, входящих в СТТО, связанных выполнением единой задачи. Под ЭДС понимается

комплекс бортовых систем, от степени совершенства которых в первую очередь зависит эффективность выполнения КА целевых задач [2–4]. В состав ЭДС обычно включают системы энергопитания, терморегулирования, хранения и подачи топлива, а также активные исполнительные органы систем управления движением и ориентации. В ряде случаев (для пилотируемых КА) в ЭДС включают также систему жизнеобеспечения (СЖО) [4].

Учитывая, что СТТО является ярким примером сложной технической системы, функционирующей в условиях неопределенности (в частности, априори стохастическим, т.е. случайным, является поток отказов систем КА ОГ), для решения задачи параметрического синтеза ЭДК СТТО целесообразно воспользоваться методологией комплексной оптимизации энергодвигательных систем КА, предложенной в работах [2, 3]. В соответствии с данной методологией показателем качества ЭДК СТТО является вероятность выполнения им своей задачи – $P_{вз}$. Использование данного показателя эффективности позволяет адекватно учесть неопределенность условий применения и функционирования ЭДК СТТО. Вероятность выполнения задачи (ВВЗ) фактически представляет собой вероятность выполнения совокупности стохастических неравенств, описывающих требования к ЭДК СТТО. Левые части неравенств описывают достижимые результаты функционирования ЭДК, а правые – требуемые [1–3].

В общем виде задача формулируется следующим образом [1].

Заданы структура и условия применения орбитальной группировки КА, состав, параметры и технические характеристики бортовых систем КА ОГ. Известны законы распределения случайных величин, характеризующих требования к системам КА орбитальной группировки, выбраны состав СТТО и структура ЭДС МБ, КАО и ОКЦ, фиксированы способ развертывания ОГ, стратегия и степень технического обслуживания, кратность применения МБ.

Необходимо определить значения проектных параметров ЭДК СТТО, которым соответствует максимальное значение вероятности выполнения задачи ЭДК $P_{ВЗ}$ при соблюдении ограничений на суммарные массовые затраты и на управляющие параметры (проектные параметры ЭДК).

Математическая формулировка задачи выглядит следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} X_{<m>}^* &= \arg X_{<m>} \in \{X_m^d\} \max P_{ВЗ}; \\ X_{<m>}^d &= \{X_{<m>} : u(X_{<m>})\}; \\ u(X_{<m>}) &= [M_\phi] \leq M_{доп}. \end{aligned} \right\}$$

Здесь $X_{<m>}^*$ – вектор оптимальных значений управляющих параметров; $X_{<m>}$ – вектор управляющих параметров; M_ϕ , $M_{доп}$ – фактические и предельно допустимые суммарные массовые затраты соответственно; $\{X_m^d\}$ – область допустимых значений управляющих параметров.

Формализация задачи синтеза ЭДК СТТО начинается с анализа требований к ЭДК [1], позволяющего сформулировать условия выполнения задачи ЭДК заданной структуры в виде системы неравенств. Выполняется анализ системы с целью выявления стохастических неравенств для формализации показателя эффективности.

Для получения функциональной зависимости показателя эффективности – ВВЗ от проектных параметров ЭДК (управляющих параметров решаемой оптимизационной задачи), а также от характеристик условий применения и функционирования, необходимо найти законы распределения всех случайных величин, фигурирующих в стохастических неравенствах, а также получить зависимости параметров законов распределения от управляющих параметров задачи. Необходимо также определить зависимости различных составляющих массовых затрат от управляющих параметров и известных характеристик условий применения и функционирования ЭДК. С этой целью должен быть разработан комплекс математических моделей ЭДК СТТО. В работе рассматривается совокупность моделей ЭДК, разработанных для решения сформулированной выше задачи, подробно рассмотренной в работе [1].

Классификация математических моделей энергодвигательного комплекса СТТО

Комплекс математических моделей ЭДК СТТО состоит из математических моделей условий применения и функционирования ЭДК, а также математические модели энергодвига-

тельных систем КА, входящих в состав СТТО (см. рисунок). Каждая модель ЭДС КА включает модели процессов функционирования, элементно-поточную матрицу ЭДС, модели массовых затрат, математические модели элементов, включая модели надежности, а также компоновочные модели, необходимые для оценки моментов инерции КА СТТО при разработке моделей ориентации и стабилизации.



Классификация математических моделей энергодвигательного комплекса системы транспортно-технического обеспечения

Ниже рассматриваются примеры моделей условий применения ЭДК, а также процессов его функционирования. Другие типы моделей подробно рассмотрены в работах [1–4]. Модели должны отличаться сравнительной простотой, отражая основные свойства ЭДК СТТО и его элементов, поскольку применяются на ранних этапах проектирования (концептуальное и аванпроектирование).

Модели условий применения и функционирования энергодвигательного комплекса

Условия применения и функционирования задают ситуацию, в которой ЭДК СТТО выполняет свою задачу, и определяют правые

части неравенств, описывающих требования к ЭДК [1, 2]. При этом их математические модели связывают величины, стоящие в правых частях неравенств, с известными характеристиками условий применения и функционирования, а в некоторых случаях и с проектными параметрами ЭДК. К известным характеристикам условий применения относятся, в частности, высота и наклонение рабочей орбиты КА ОГ (h_{PO} и i_{PO}), общее количество КА в группировке – $N_{КА}$ и т.д. К характеристикам условий функционирования относятся, например, параметры окружающей среды – плотность верхней атмосферы на высоте опорной орбиты (орбиты ОКЦ) $h_{ОКЦ}$, солнечная постоянная и т.п. Модель верхней атмосферы Земли может быть отнесена к числу детерминированных математических моделей условий функционирования.

Математическая модель, связывающая начальную массу КА ОГ $M_{КА}$ со степенью его ТО, относится к числу детерминированных математических моделей условий применения, поскольку МКА входит в правую часть неравенства, задающего требование по массе полезной нагрузки, доставляемой на рабочую орбиту МБ [1].

Однако наибольший интерес представляют стохастические модели. К их числу относится модель, описывающая связь случайной требуемой массы полезной нагрузки (ПН) КАО с известными характеристиками условий применения – параметрами КА ОГ. Данная модель необходима для определения одной из составляющих ВВЗ ЭДК – вероятности превышения требуемой массы ПН КАО ее максимально допустимого значения (которое относится к числу оптимизируемых параметров). Требуемая масса ПН КАО зависит от характеристик бортовых систем КА ОГ, параметров ОГ в целом, а также стратегии и способа ТО.

В данном исследовании рассматривалась ситуация, когда КА ОГ равномерно заполняют m плоскостей рабочей орбиты, при этом в одной плоскости находится $n_i = N_{КА}/m$. Рассматривался вариант симметричной ОГ – все плоскости рабочей орбиты отличаются одной высотой h_{PO} и наклоном i_{PO} , угловые расстояния между всеми соседними плоскостями одинаковы, так же, как и угловые расстояния между соседними КА в одной плоскости рабочей орбиты. Данные допущения тем не менее не влияют на общность рассматриваемого подхода. Рассматривался вариант группового обслуживания ОГ КА: космический аппарат обслуживания в одном вылете обслуживает сразу n_i КА, находящихся в одной плоскости орбиты. Было

принято, что число КАО $N_{КАО}$ соответствует числу плоскостей рабочей орбиты, т.е. за каждым КАО закреплена своя плоскость: $N_{КАО} = m$. Космические аппараты обслуживания дозавляются и проходят регламентные обслуживания на борту ОКЦ, куда доставляются и запасные элементы КА ОГ, поэтому КАО осуществляют перелеты между орбитой ОКЦ и рабочей орбитой ОГ. Принималось, что рабочая орбита КА ОГ и орбита ОКЦ – круговые, отличающиеся друг от друга как высотой, так и наклоном.

Рассматривались две стратегии технического обслуживания: профилактическая и профилактико-восстановительная. В первом случае проводятся только периодические технические обслуживания КА ОГ: регламентная замена отказавших элементов бортовых систем вне зависимости от состояния КА между двумя техническими обслуживаниями – если произошел отказ КА, то он устраняется только в ходе ближайшего регламентного ТО. Данное обслуживание, наряду с заправкой, проводится посредством КАО с СЭРДУ. В случае профилактико-восстановительной стратегии, помимо периодических обслуживаний, проводятся также срочные восстановительные обслуживания отказавших КА. Для этого в состав наряда КАО вводится один восстановительный КАО с двигательной установкой большой тяги (ЖРД), который постоянно находится в составе ОКЦ и осуществляет обслуживание отказавшего КА ОГ при первой же возможности – при совмещении соответствующей плоскости рабочей орбиты с плоскостью орбиты ОКЦ (при этом оперативность устранения отказа существенно выше, чем в случае профилактической стратегии).

Покажем, как находится закон распределения массы ПН КАО в случае профилактической стратегии ТО.

Принималось, что в состав полезной нагрузки КАО входят запасные элементы для систем КА ОГ, которые подразделяются на два типа: нерезервируемые (НС), надежность которых обеспечивается на внутреннем уровне, и модульного построения (резервируются целиком). К последним относятся двигатели коррекции, двигатели ориентации и аккумуляторные батареи (АБ), состоящие из элементарных аккумуляторов (ЭА). Модуль ПН КАО включает в себя детерминированную (элементы НС для n_i КА и запас топлива для них) и случайную составляющие, в которые входят элементы для замены вышедших из строя ЭА, ДО и ДК на n_i КА, обслуживаемых в одном вылете. Последняя составляющая

носит случайный характер только тогда, когда известно количество отказавших модулей резервируемых систем. Если данная информация отсутствует, то в состав ПН КАО должен войти некоторый гарантийный запас элементов, который будет зависеть от принятого значения гарантийной вероятности, характеристик надежности элементов резервируемых систем и периода ТО. Полагаем, что система телеметрии КА выдает достаточно полную информацию о состоянии бортовых систем, поэтому причиной неопределенности в знании числа отказавших модулей АБ, ДО и ДК является конечное время перелета КАО. При формировании модуля ПН известны только те отказы, которые произошли до вылета КАО. Все последующие отказы могут быть устранены только благодаря наличию гарантийного запаса.

Таким образом, для случайной массы ПН КАО в случае профилактической стратегии технического обслуживания $(\hat{m}_{КАО}^{ПН})_г$ можно записать:

$$(\hat{m}_{КАО}^{ПН})_г = n_1(m_{НС}^{зап} + \Delta m_{доз}) + (m_{КАО}^{PC})_г + (\hat{m}_{КАО}^{PC})_г, \quad (1)$$

где $(m_{КАО}^{PC})_г$, $(\hat{m}_{КАО}^{PC})_г$ – гарантийный запас элементов резервируемых систем и масса элементов АБ, ДК и ДО, отказавших на обслуживаемых в данном вылете КАО КА орбитальной группировки до его старта с опорной орбиты, здесь T – требуемая величина, $\tau_{пер}^{КАО}$ – профилактическая стратегия; $\Delta m_{доз}$ – масса одной дозаправки КА из системы хранения КАО; $m_{НС}^{зап}$ – масса запасных элементов для нерезервируемых систем одного КА ОГ.

Если время прямого перелета КАО $\tau_{пер}^{КАО}$ много меньше периода ТО ($T_{то}$), то указанной выше неопределенностью можно пренебречь, т.е. считать, что в гарантийном запасе нет надобности, а параметры закона распределения величины $(\hat{m}_{КАО}^{PC})_г$ определять за время $T_{то}$. Напротив, если время прямого перелета превосходит период ТО (это возможно, если число КАО превосходит число плоскостей рабочей орбиты), то к моменту вылета КАО значение $(\hat{m}_{КАО}^{PC})_г$ совершенно неизвестно. В этом случае общая масса запасных элементов входит в гарантийный запас, а масса модуля ПН перестает быть случайной величиной. В промежуточном случае необходимо определять величину $(m_{КАО}^{PC})_г$ за время $\tau_{пер}^{КАО}$, а параметры закона распределения величины $(\hat{m}_{КАО}^{PC})_г$ находить за время $t_{PC}^{КАО} = T_{то} - \tau_{пер}^{КАО}$. Ниже будет обоснована целесообразность регулирования тяги ЭРД КАО для обеспечения постоянства величины $\tau_{пер}^{КАО}$. Это упрощает дальнейшие рассуждения.

Сделаем несколько замечаний относительно вычисления гарантийного запаса резервных элементов. Во-первых, необходимо рассматривать разные составляющие этого запаса по отдельности, так как неизвестна не только величина $(m_{КАО}^{PC})_г$, но и соотношения между количествами отказавших ЭА, ДО и ДК. Во-вторых, целесообразно не назначать значения гарантийных вероятностей, из которых находится количество запасных блоков, а оптимизировать, так как увеличение гарантийного запаса резервных элементов ведет к росту затрат на перелеты КАО. Таким образом, в оптимизируемые параметры ЭДК целесообразно включить гарантийное количество резервных модулей АБ, ДК и ДО в одном модуле ПН – $n_{АБ}^г, n_{ДО}^г, n_{ДК}^г$. Тогда

$$(m_{КАО}^{PC})_г = n_{АБ}^г m_{ЭА}^{АБ} + n_{ДО}^г m_{ДО}^{КА} + n_{ДК}^г m_{ДК}^{КА}$$

где $m_{ЭА}^{АБ}, m_{ДО}^{КА}, m_{ДК}^{КА}$ – известные значения масс элементарного аккумулятора и единичных модулей двигателей ориентации и коррекции КА ОГ.

Найдем математическое ожидание (МО) и среднеквадратичное отклонение (СКО) требуемой массы модуля ПН КАО. Очевидно (1), что

$$M[(\hat{m}_{КАО}^{ПН})_г] = n_1(m_{НС}^{зап} + \Delta m_{доз}) + (m_{КАО}^{PC})_г + M[(\hat{m}_{КАО}^{PC})_г], \quad (2)$$

$$\text{причем } M[(\hat{m}_{КАО}^{PC})_г] = m_{ЭА}^{АБ} \overline{n_{АБ}^{PC}} + m_{ДО}^{КА} \overline{n_{ДО}^{PC}} + m_{ДК}^{КА} \overline{n_{ДК}^{PC}}$$

где $\overline{n_i^{PC}}, i \in \{АБ, ДК, ДО\}$ – математические ожидания количеств ЭА, ДК и ДО, отказавших за время $t_{PC}^{КАО}$.

Закон распределения времени безотказной работы резервируемых элементов КА принимается показательным [2]. Это допущение существенно упрощает дальнейшие рассуждения в рамках настоящей работы, но не влияет на общность предлагаемого подхода. В этом случае с каждой основной элементарной ячейкой АБ, а также ДК и ДО связаны простейшие потоки отказов, поскольку в случае отказа сразу же подключается резервный элемент, а вероятность того, что число отказов превысит количество резервных модулей, мала, так как должна быть мала вероятность отказа КА за период технического обслуживания $T_{то}$. Сумма нескольких простейших потоков является простейшим потоком. Количества отказавших за период ТО ЭА, ДК и ДО распределены по закону Пуассона с соответствующими параметрами:

$$P(\hat{n}_{AB}^{PC} = i) = e^{-a_{AB}} \frac{a_{AB}^i}{i!}; P(\hat{n}_{DK}^{PC} = j) = e^{-a_{DK}} \frac{a_{DK}^j}{j!}; \quad (3)$$

$$P(\hat{n}_{DO}^{PC} = k) = e^{-a_{DO}} \frac{a_{DO}^k}{k!},$$

где

$$a_{AB} = \frac{n_l m_{AB}^0 h_{AB}^{TO}}{h_{AB}}, a_{DK} = \frac{n_l t_{DK}^{TP}}{t_{DK}}, a_{DO} = \frac{n_l t_{DO}^{TP}}{t_{DO}},$$

здесь n_{AB}^0 – количество основных ЭА АБ; h_{AB}^{TP} , h_{AB} – требуемое число зарядно-разрядных циклов АБ за время $t_{PC}^{КАО}$ и среднее число циклов до возникновения отказа ЭА; t_{DK}^{TP} , t_{DO}^{TP} – требуемое время работы ДК и ДО за указанный временной промежуток; t_{DK} , t_{DO} – математические ожидания продолжительности работы ДК и ДО до возникновения отказа.

Требуемое время работы ДО и ДК, требуемое количество зарядно-разрядных циклов АБ, как и характеристики надежности, относятся к исходной информации.

Поскольку $n_i^{PC} = a_i$, $i \in \{AB, DK, DO\}$, то значение $M[(\hat{m}_{КАО}^{PC})^T]$ найдено (2). Так как количество отказавших ЭА, ДК и ДО являются независимыми случайными величинами, то среднеквадратичное отклонение для массы модуля ПН КАО:

$$\sigma_{(\hat{m}_{КАО}^{PC})^T} = \sqrt{(\sigma_{m_{AB}^{PC}})^2 + (\sigma_{m_{DK}^{PC}})^2 + (\sigma_{m_{DO}^{PC}})^2}, \quad (4)$$

где $\sigma_{m_i^{PC}}$, $i \in \{AB, DK, DO\}$ – СКО массы отказавших модулей i -го элемента.

Тогда уравнение (4) примет вид:

$$\sigma_{(\hat{m}_{КАО}^{PC})^T} = \sqrt{(m_{ЭА}^{AB})^2 a_{AB} + (m_{DK}^{KA})^2 a_{DK} + (m_{DO}^{KA})^2 a_{DO}}.$$

Найдем функцию распределения массы модуля ПН КАО. Данная случайная величина является дискретной, так как складывается из масс целого числа модулей ЭА, ДО и ДК. По определению функции распределения:

$$F_{(\hat{m}_{КАО}^{PC})^T}(m_{ПН}) = P[(\hat{m}_{КАО}^{PC})^T < m_{ПН}] = P[(\hat{m}_{КАО}^{PC})^T < m_{ПН}^{PC}], \quad (5)$$

где $m_{ПН}^{PC} = m_{ПН} - n_l(m_{НС}^{зап} + \Delta m_{лоз}) - (m_{КАО}^{PC})^T$.

Одно и то же значение массы отказавших элементов может быть получено множеством сочетаний различных количеств вышедших из строя ЭА, ДО и ДК. Тогда по формуле полной вероятности, учитывая независимость отказов, можно получить:

$$P[(\hat{m}_{КАО}^{PC})^T < m_{ПН}^{PC}] = \sum_{i=0}^{n_{max}^{AB}} P(\hat{n}_{AB}^{PC} = i) \sum_{k=0}^{n_{max}^{DO}} P(\hat{n}_{DO}^{PC} = k), \quad (6)$$

где $n_{max} = \min[n_l(n_{AB} + 1); \text{int}(\frac{m_{ПН}^{PC}}{m_{ЭА}^{AB}})]$ – макси-

мально возможное количество запасных ЭА в составе модуля ПН, если его масса не превосходит значение аргумента функции распределения $m_{ПН}^{PC}$. Данная величина ограничивается либо значением аргумента, либо суммарным числом резервных ЭА на всех обслуживаемых в данном вылете КА (первый аргумент функции минимума);

$$(n_{max}^{DK})_i = \min[n_l(n_{DK} + 1); \text{int}(\frac{m_{ПН}^{PC} - im_{КА}^{AB}}{m_{AB}^{DK}})] -$$

максимально возможное число ДК, входящее в состав модуля ПН при условии, что в него входит i ЭА.

$$(n_{max}^{DO})_i = \min[n_l(n_{DO}^P + 1); \text{int}(\frac{m_{ПН}^{PC} - im_{КА}^{AB} - jm_{КА}}{m_{AB}^{DO}})]$$

– максимально возможное количество запасных ДО в составе ПН, если число резервных ЭА равно i , а ДК – j . На основании уравнений (5) и (6), пользуясь формулой (3) и обозначив $a_s = a_{AB} + a_{DK} + a_{DO}$, получим выражение для функции распределения требуемой массы модуля ПН:

$$\begin{cases} F_{(\hat{m}_{КАО}^{PC})^T}(m_{ПН}) = 0, m_{ПН} < 0; \\ F_{(\hat{m}_{КАО}^{PC})^T}(m_{ПН}) = e^{-a_s} \sum_{i=0}^{n_{max}^{AB}} \frac{a_{AB}^i}{i!} \sum_{j=0}^{(n_{max}^{DK})_i} \frac{a_{DK}^j}{j!} \sum_{k=0}^{(n_{max}^{DO})_i} \frac{a_{DO}^k}{k!}, \\ 0 < m_{ПН} \leq m_{ПН}^{max}; \\ F_{(\hat{m}_{КАО}^{PC})^T}(m_{ПН}) = 1, m_{ПН} > m_{ПН}^{max}; \end{cases}$$

где $m_{ПН}^{max}$ – максимально возможное значение требуемой массы ПН КАО, $m_{ПН}^{max} = n_l[m_{НС}^{зап} + \Delta m_{лоз} + \sum_j (n_j^P + 1)m_{КА}^j]$, $j \in \{AB, DK, DO\}$.

Модель процесса функционирования на примере энергодвигательной системы космического аппарата обслуживания

Процесс функционирования ЭДС КАО включает процессы создания импульса тяги, ориентации и стабилизации перед стыковками с КА орбитальной группировки и ОКЦ, обслуживания КА ОГ, генерации электроэнергии

и отвода тепловой энергии, выделяемой информационно-управляющей системой (ИУС) и другими бортовыми системами КАО. Модели последних двух процессов являются детерминированными и описываются уравнениями энергомассового баланса, которые составляются на базе элементарно-поточной матрицы, принцип формирования которой описан ниже. Здесь в качестве наиболее характерного и интересного примера приводится математическая модель процесса технического обслуживания ОГ КА посредством нескольких КАО.

Техническое обслуживание КА осуществляется робото-техническим комплексом (РТК), который структурно не включен в ЭДС и является по отношению к ней внешним потребителем (ВП). Потребляемая РТК электрическая мощность существенно меньше мощности, потребляемой электроракетной двигательной установкой (ЭРДУ), а значит, не определяет проектной мощности энергоустановки КАО. И потому под моделью ТО целесообразно понимать не модель процесса функционирования РТК, а модель процесса ТО всей орбитальной группировки несколькими КАО, иными словами, модель, связывающую результат данного процесса – коэффициент готовности ОГ – с временными и массовыми затратами. Достижимое значение коэффициента готовности $\hat{K}_Г^Д$ – случайная величина, и модель процесса ТО является стохастической.

Необходимо найти закон распределения достижимого значения коэффициента готовности. Параметры закона распределения будут зависеть от характеристик надежности систем КА ОГ, а также от периода ТО – $T_{ТО}$. Особенностью наряда КАО с ЭРДУ является тесная связь между $T_{ТО}$ и продолжительностью перелета. Следовательно, модель процесса ТО должна включать соотношения, связывающие период ТО с продолжительностями прямого и обратного перелета.

Рамки настоящей работы не позволяют полностью привести вывод закона распределения величины $\hat{K}_Г^Д$, а также связи периода технического обслуживания орбитальной группировки $T_{ТО}$ с проектными параметрами ЭДК. Приведены только конечные результаты, принятые допущения и описываются основные шаги получения указанных зависимостей для случая профилактической стратегии ТО.

По определению достижимый коэффициент готовности ОГ КА

$$\hat{K}_Г^Д = 1 - \frac{\hat{t}_{\text{отк}}^{\Sigma}}{\tau_{\text{ф}}^{\text{ОГ}}}, \quad (7)$$

где $\hat{t}_{\text{отк}}^{\Sigma}$ – суммарное время пребывания ОГ в неработоспособном состоянии (не функционирует штатно хотя бы один КА), а $\tau_{\text{ф}}^{\text{ОГ}}$ – требуемое время функционирования ОГ. На основании формулы (7) функция распределения $\hat{K}_Г^Д$

$$F_{\hat{K}_Г^Д}(K_Г) = 1 - F_{\hat{t}_{\text{отк}}^{\Sigma}}[(1 - K_Г)\tau_{\text{ф}}^{\text{ОГ}}]. \quad (8)$$

Таким образом, задача сводится к нахождению закона распределения времени неработоспособности ОГ. В общем случае величина

$\hat{t}_{\text{отк}}^{\Sigma}$ меньше, чем простая сумма периодов неработоспособности отдельных КА, поскольку при большом количестве отказов интервалы времени, в течение которых различные КА неработоспособны, могут перекрываться. Однако в практически важных случаях (когда коэффициент готовности больше 0,9) вероятность двух и более отказов КА за один период ТО весьма мала. Этот вывод полностью подтверждается результатами имитационного моделирования процесса технического обслуживания орбитальной группировки КА, которое было выполнено для верификации разработанной математической модели. Если число отказов КА мало, то мала и вероятность перекрытий. Следовательно, можно не учитывать перекрытия, полагая, что суммарное время неработоспособности ОГ равно сумме случайных периодов неработоспособности отдельных КА. В состав суммы входит случайное число слагаемых, так как количество отказов КА случайно:

$$\hat{t}_{\text{отк}}^{\Sigma} = \sum_{i=1}^{\hat{n}_{\text{отк}}^{\text{КА}}} \hat{t}_{\text{отк}}^{\text{КА}}, \quad (9)$$

где $\hat{t}_{\text{отк}}^{\text{КА}}$ – время пребывания КА в неработоспособном состоянии, $\hat{n}_{\text{отк}}^{\text{КА}}$ – число отказов КА за все время функционирования ОГ. Закон распределения первой величины определяется двумя факторами: законом распределения времени безотказной работы КА $\hat{t}_{\text{БР}}^{\text{КА}}$, от которого зависит момент наступления отказа КА, а также стратегией ТО, от которой зависит момент устранения отказа.

Как уже отмечалось, вероятность двух и более отказов одного КА за период ТО очень мала. Следовательно, суммарное количество отказов КА $\hat{n}_{\text{отк}}^{\text{КА}}$ за время функционирования ОГ распределено по биномиальному закону: имеем $N_{\Sigma} = n_{\text{ТО}} N_{\text{КА}}$ независимых опытов, в которых событие (отказ КА) может произойти с некоторой малой вероятностью $1 - P_{\text{БР}}^{\text{КА}}(T_{\text{ТО}})$. Здесь $n_{\text{ТО}}$ – количество технических обслуживаний за время работы орбитальной группировки $\tau_{\text{ф}}^{\text{ОГ}}$, а $P_{\text{БР}}^{\text{КА}}(T_{\text{ТО}})$ – вероятность безотказной работы КА за период ТО (предполагаем,

что характеристики надежности КА после ТО восстанавливаются). Тогда вероятность появления n отказов вычисляется по формуле:

$$P(\hat{n}^{KA} = n) = C_{N_3} [1 - P_{BP}^{KA}(T_{TO})]^n [P_{BP}^{KA}(T_{TO})]^{N_3 - n}.$$

Данное соотношение получено с учетом малой вероятности отказа КА на последнем этапе функционирования ОГ: $t_{\Phi}^K = \tau_{\Phi}^{OG} - n_{TO} T_{TO}$.

Биномиальные коэффициенты вычисляются по известной формуле:

$$C_{N_3} = \frac{N_3!}{n!(N_3 - n)!}$$

Допущение об отсутствии перекрытий интервалов неработоспособности ограничивает максимальное количество отказов КА для профилактической стратегии ТО величиной n_{TO} . При вычислении вероятности появления некоторого числа отказов КА это обстоятельство можно не учитывать, поскольку вероятность появления более чем n_{TO} отказов пренебрежимо мала. Функция распределения величины \hat{t}_{OTK}^{KA} зависит от интервала времени, на котором может произойти отказ, т.е. отличается для T_{TO} и t_{Φ}^K – конечного этапа функционирования ОГ после последнего ТО (этот этап появляется, поскольку значение τ_{Φ}^{OG} может быть выбрано любым, необязательно кратным T_{TO}).

Перепишем формулу (9), учитывая, что вероятность двух и более отказов КА на конечном этапе полета пренебрежимо мала:

$$\hat{t}_{OTK}^{\Sigma} = \hat{t}_{OTK}^{TO} + \hat{t}_{OTK}^{OCT} = \sum_{i=1}^{\hat{n}_{OTK}^{TO}} t_{OTK}^{KA} + \hat{t}_{OTK}^{OCT}, \quad (10)$$

где \hat{t}_{OTK}^{OCT} – время неработоспособности КА из-за отказа на конечном этапе полета; \hat{t}_{OTK}^{TO} , \hat{n}_{OTK}^{TO} – суммарное время неработоспособности всех КА и количество их отказов между всеми профилактическими ТО. Отказы КА могут отсутствовать, тогда $\hat{t}_{OTK}^{\Sigma} = 0$.

С учетом сказанного, пользуясь формулой полной вероятности, запишем для функции распределения \hat{t}_{OTK}^{Σ} :

$$\begin{aligned} F_{\hat{t}_{OTK}^{\Sigma}}(t_{OTK}^{\Sigma}) &= P(\hat{t}_{OTK}^{\Sigma} < t_{OTK}^{\Sigma}) = p_0^{TO} p_0^{OCT} + \\ &+ p_0^{TO} (1 - p_0^{OCT}) F_{\hat{t}_{OTK}^{OCT}}(t_{OTK}^{\Sigma}) + \\ &+ p_0^{OCT} \sum_{i=1}^{n_{TO}} p(\hat{n}_{OTK}^{TO} = i) F_{\hat{t}_{OTK}^i}(t_{OTK}^{\Sigma}) + \\ &+ (1 - p_0^{OCT}) \sum_{i=1}^{n_{TO}} p(\hat{n}_{OTK}^{TO} = i) F_{\hat{t}_{OTK}^i + \hat{t}_{OTK}^{OCT}}(t_{OTK}^{\Sigma}), \end{aligned} \quad (11)$$

где $p_0^{OCT} = [P_{BP}^{KA}(t_{\Phi}^K)]^{N_{KA}}$, $p_0^{TO} = [P_{BP}^{KA}(T_{TO})]^{n_{TO} N_{KA}}$ – вероятности отсутствия отказов КА на всех этапах функционирования ОГ между техническими обслуживаниями и конечном этапе функционирования. Третье и четвертое слагаемые правой части выражения (11) включают суммы произведений вероятностей выполнения равенств $\hat{n}_{OTK}^{TO} = i$ на значения функций распределения величины \hat{t}_{OTK}^{TO} при условии на-

личия i отказов – $F_{\hat{t}_{OTK}^i}(t_{OTK}^{\Sigma})$ и $\hat{t}_{OTK}^{TO} + \hat{t}_{OTK}^{OCT} - F_{\hat{t}_{OTK}^i + \hat{t}_{OTK}^{OCT}}(t_{OTK}^{\Sigma})$. Эти функции распределения

получаем в предположении, что отказы имели место. Вероятность полного отсутствия отказов учитывается первым слагаемым правой части уравнения (11). Второе слагаемое учитывает наличие отказа на конечном этапе полета, когда на других этапах отказов нет. Третье слагаемое соответствует наличию отказов между ТО, но их отсутствию на конечном этапе. Четвертый член суммы отвечает наличию отказов и между ТО, и на конечном этапе полета.

Величина $F_{\hat{t}_{OTK}^i + \hat{t}_{OTK}^{OCT}}(t_{OTK}^{\Sigma})$ находится как функция распределения суммы двух независимых случайных величин:

$$\begin{aligned} F_{\hat{t}_{OTK}^i + \hat{t}_{OTK}^{OCT}}(t_{OTK}^{\Sigma}) &= \int_0^{t_{OTK}^{\Sigma}} \varphi_{\hat{t}_{OTK}^i + \hat{t}_{OTK}^{OCT}}(t_{OTK}^{\Sigma}) dt_{OTK}^{\Sigma}; \\ \varphi_{\hat{t}_{OTK}^i + \hat{t}_{OTK}^{OCT}}(t_{OTK}^{\Sigma}) &= \\ &= \int_0^{t_{\Phi}^K} \varphi_{\hat{t}_{OTK}^{OCT}}(t_{OTK}^{OCT}) \varphi_{\hat{t}_{OTK}^i}(t_{OTK}^{\Sigma} - t_{OTK}^{OCT}) dt_{OTK}^{OCT}, \end{aligned} \quad (12)$$

где $\varphi_{\hat{t}_{OTK}^i + \hat{t}_{OTK}^{OCT}}(t_{OTK}^{\Sigma})$, $\varphi_{\hat{t}_{OTK}^{OCT}}(t_{OTK}^{OCT})$ – функции плотности распределения соответствующих случайных величин. В уравнении (12) учтены области значений указанных величин: $\hat{t}_{OTK}^{\Sigma} \in [0; \tau_{\Phi}^{OG}]$,

$\hat{t}_{OTK}^{OCT} \in [0; t_{\Phi}^K]$, $\hat{t}_{OTK}^i \in [0; iT_{TO}]$, $\hat{t}_{OTK}^{OCT} + \hat{t}_{OTK}^i \in [0; iT_{TO} + t_{\Phi}^K]$.

Очевидно, что $F_{\hat{t}_{OTK}^1}(t_{OTK}^{\Sigma}) = F_{\hat{t}_{OTK}^{KA}}(t_{OTK}^{\Sigma})$. Функция распределения времени неработоспособности ОГ при наличии двух и более отказов КА определяется как функция распределения суммы независимых величин:

$$\varphi_{\hat{t}_{OTK}^2}(t_{OTK}^{\Sigma}) = \int_0^{T_{TO}} \varphi_{\hat{t}_{OTK}^{KA}}(t_{OTK}^{KA}) \varphi_{\hat{t}_{OTK}^1}(t_{OTK}^{\Sigma} - t_{OTK}^{KA}) dt_{OTK}^{KA};$$

$$\varphi_{\hat{t}_{отк}^3}(t_{отк}^\Sigma) = \int_0^{T_{ТО}} \varphi_{\hat{t}_{отк}^{ка}}(t_{отк}^{ка}) \varphi_{\hat{t}_{отк}^2}(t_{отк}^\Sigma - t_{отк}^{ка}) dt_{отк}^{ка};$$

...

$$(13)$$

$$\varphi_{\hat{t}_{отк}^{i+1}}(t_{отк}^\Sigma) = \int_0^{T_{ТО}} \varphi_{\hat{t}_{отк}^{ка}}(t_{отк}^{ка}) \varphi_{\hat{t}_{отк}^i}(t_{отк}^\Sigma - t_{отк}^{ка}) dt_{отк}^{ка};$$

...

$$\varphi_{\hat{t}_{отк}^{n_{ТО}}} (t_{отк}^\Sigma) = \int_0^{T_{ТО}} \varphi_{\hat{t}_{отк}^{ка}}(t_{отк}^{ка}) \varphi_{\hat{t}_{отк}^{n_{ТО}-1}}(t_{отк}^\Sigma - t_{отк}^{ка}) dt_{отк}^{ка};$$

$$F_{\hat{t}_{отк}^i}(t_{отк}^\Sigma) = \int_0^{T_{ТО}} \varphi_{\hat{t}_{отк}^i}(t_{отк}^\Sigma) dt_{отк}^\Sigma, \quad i \in [1; n_{ТО}].$$

Соотношения (11)–(13) позволяют найти функцию распределения величины $\hat{t}_{отк}^\Sigma$, если известны функции распределения величин $\hat{t}_{отк}^{ка}$,

$\hat{t}_{отк}^{ост}$. Для профилактической стратегии ТО $\hat{t}_{отк}^{ка}$ – это время между возникновением отказа КА и ближайшим обслуживанием, $\hat{t}_{отк}^{ка} \in [0; T_{ТО}]$. $\hat{t}_{отк}^{ост}$ – промежуток времени между появлением отказа КА, произошедшим позднее последнего ТО, и завершением срока эксплуатации ОГ, $\hat{t}_{отк}^{ост} \in [0; t_{отк}^к]$. Поэтому справедливы соотношения:

$$\hat{t}_{отк}^{ка} = T_{ТО} - \hat{t}_{отк}^{ТО}; \hat{t}_{отк}^{ост} = t_{отк}^к - \hat{t}_{отк}^{ост}, \quad (14)$$

где $\hat{t}_{отк}^{ТО}$ – время безотказной работы КА, закон распределения которого находится при условии, что между двумя ТО имели место отказы; $\hat{t}_{отк}^{ост}$ – время безотказной работы КА, закон распределения которого находится при условии, что между ТО и концом эксплуатации ОГ имели место отказы. Функция распределения $\hat{t}_{отк}^{ТО}$ для профилактической стратегии ТО связана с функцией распределения времени безотказной работы КА $\hat{t}_{отк}^{ка}$ соотношением:

$$F_{\hat{t}_{отк}^{ТО}}(t_{отк}^{ТО}) = \begin{cases} 0, t_{отк}^{ТО} < 0; \\ \frac{F_{\hat{t}_{отк}^{ка}}(t_{отк}^{ТО})}{F_{\hat{t}_{отк}^{ка}}(T_{ТО})} = \frac{F_{\hat{t}_{отк}^{ка}}(t_{отк}^{ТО})}{1 - P_{БР}^{ка}(T_{ТО})}, & 0 \leq t_{отк}^{ТО} \leq T_{ТО}; \\ 1, t_{отк}^{ТО} > T_{ТО}. \end{cases} \quad (15)$$

Аналогично для величины $\hat{t}_{отк}^{ост}$.

$$F_{\hat{t}_{отк}^{ост}}(t_{отк}^{ост}) = \begin{cases} 0, t_{отк}^{ост} < 0; \\ \frac{F_{\hat{t}_{отк}^{ка}}(t_{отк}^{ост})}{1 - P_{БР}^{ка}(t_{отк}^к)}, & 0 \leq t_{отк}^{ост} \leq t_{отк}^к; \\ 1, t_{отк}^{ост} > t_{отк}^к. \end{cases} \quad (16)$$

На основании уравнений (14)–(16) получаем:

$$\varphi_{\hat{t}_{отк}^{ка}}(t_{отк}^{ка}) = \begin{cases} 0, t_{отк}^{ка} < 0; \\ \frac{\varphi_{\hat{t}_{отк}^{ка}}(T_{ТО} - t_{отк}^{ка})}{1 - P_{БР}^{ка}(T_{ТО})}, & 0 \leq t_{отк}^{ка} \leq T_{ТО}; \\ 0, t_{отк}^{ка} > T_{ТО}. \end{cases} \quad (17)$$

$$\varphi_{\hat{t}_{отк}^{ост}}(t_{отк}^{ост}) = \begin{cases} 0, t_{отк}^{ост} < 0; \\ \frac{\varphi_{\hat{t}_{отк}^{ка}}(t_{отк}^к - t_{отк}^{ост})}{1 - P_{БР}^{ка}(t_{отк}^к)}, & 0 \leq t_{отк}^{ост} \leq t_{отк}^к; \\ 0, t_{отк}^{ост} > t_{отк}^к. \end{cases} \quad (18)$$

Совокупность выражений (8), (11)–(13), (17), (18) позволяет найти функцию распределения коэффициента готовности для профилактической стратегии ТО, если известна функция распределения времени безотказной работы КА. Она определяется характеристиками надежности бортовых систем КА: $F_{\hat{t}_{отк}^{ка}}(t) = 1 - P_{БР}^{ка}(t)$.

Математическое ожидание коэффициента готовности на основании формул (7) и (10):

$$K_{Г} = 1 - \frac{\overline{n_{отк}^{ТО}} \overline{t_{отк}^{ка}} + \overline{n_{отк}^{ост}} \overline{t_{отк}^{ост}}}{\tau_{отк}^{ОГ}}, \quad (19)$$

где $\overline{n_{отк}^{ТО}}$, $\overline{t_{отк}^{ка}}$, $\overline{n_{отк}^{ост}}$, $\overline{t_{отк}^{ост}}$ – математические ожидания количеств отказов и времен неработоспособности КА на этапе ТО и конечном этапе функционирования ОГ.

С учетом биномиального характера распределения числа отказов и связи между МО времени безотказной работы КА и его вероятностью безотказной работы получим из уравнения (19) для профилактической стратегии ТО:

$$\overline{K_{\Gamma}^{\Delta}} = 1 - N_{\text{КА}} \left(\frac{n_{\text{ТО}} \int_0^{T_{\text{ТО}}} P_{\text{БР}}^{\text{КА}}(t) dt + \int_0^{t_{\Phi}^{\text{К}}} P_{\text{БР}}^{\text{КА}}(t) dt}{\tau_{\Phi}^{\text{ОГ}}} - 1 \right).$$

Для дисперсии $\widehat{K_{\Gamma}^{\Delta}}$ справедливо соотношение:

$$D_{\widehat{K_{\Gamma}^{\Delta}}} = \left(\frac{1}{\tau_{\Phi}^{\text{ОГ}}} \right)^2 (D_{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{ТО}}} + D_{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{ОГ}}}).$$

При нахождении дисперсии величин $\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{ТО}}$ и $\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{ОГ}}$ необходимо учитывать, что отказы КА могут отсутствовать. Воспользуемся связью между вторым начальным моментом случайной величины и дисперсией:

$$\alpha_{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{ТО}}}^2 = D_{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{ТО}}} + \left(\overline{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{ТО}}} \right)^2, \quad (20)$$

где МО величины $\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{ТО}}$ (для профилактической стратегии):

$$\overline{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{ТО}}} = N_{\text{КА}} n_{\text{ТО}} \left(T_{\text{ТО}} - \int_0^{T_{\text{ТО}}} P_{\text{БР}}^{\text{КА}}(t) dt \right).$$

Поскольку при полном отсутствии отказов $\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{ТО}}$ справедлива формула

$$\begin{aligned} \alpha_{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{ТО}}}^2 &= \int_0^{n_{\text{ТО}} T_{\text{ТО}}} (\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{ТО}})^2 \sum_{i=1}^{n_{\text{ТО}}} p(\widehat{n}_{\text{ОТК}} = i) \varphi_{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{ТО}}} (t_{\text{ОТК}}^{\text{ТО}}) dt_{\text{ОТК}}^{\text{ТО}} = \\ &= \sum_{i=1}^{n_{\text{ТО}}} p(\widehat{n}_{\text{ОТК}} = i) \int_0^{i T_{\text{ТО}}} (\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{ТО}})^2 \varphi_{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{ТО}}} (t_{\text{ОТК}}^{\text{ТО}}) dt_{\text{ОТК}}^{\text{ТО}} = \\ &= \sum_{i=1}^{n_{\text{ТО}}} p(\widehat{n}_{\text{ОТК}} = i) \alpha_{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{ТО}}}^i. \end{aligned} \quad (21)$$

С другой стороны, вторые начальные моменты величин $\widehat{t}_{\text{ОТК}}^i$ выражаются через их дисперсии и МО по формулам, аналогичным формуле (20):

$$\alpha_{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^i}^2 = D_{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^i} + \left(\overline{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^i} \right)^2. \quad (22)$$

Указанные величины вычисляются, если известны дисперсии и МО для периода неработоспособности КА после одного отказа:

$$D_{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^i} = i D_{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{КА}}}; \quad \overline{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^i} = i \overline{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{КА}}}. \quad (23)$$

Из уравнений (20)–(23) следует:

$$\begin{aligned} D_{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{ТО}}} &= \alpha_{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^i}^2 - \left(\overline{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{ТО}}} \right)^2 = \\ &= \sum_{i=1}^{n_{\text{ТО}}} p(\widehat{n}_{\text{ОТК}} = i) \left[i D_{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{КА}}} + i^2 \left(\overline{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{КА}}} \right)^2 \right] - \left(\overline{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{ТО}}} \right)^2, \end{aligned}$$

где $\overline{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{КА}}} = \frac{1}{1 - (T_{\text{ТО}})} \left(T_{\text{ТО}} - \int_0^{T_{\text{ТО}}} P_{\text{БР}}^{\text{КА}}(t) dt \right).$

Дисперсия данной величины также может быть найдена, так как известна функция плотности распределения (17). Для нахождения $D_{\widehat{t}_{\text{ОТК}}^{\text{ОГ}}}$

необходимо воспользоваться тем же подходом, но вместо $T_{\text{ТО}}$ использовать $t_{\Phi}^{\text{К}}$.

Приведенные выше соотношения позволяют находить функции распределения коэффициентов готовности ОГ, их математические ожидания и дисперсии для любых законов распределения времени безотказной работы КА.

Зависимость достижимого коэффициента готовности ОГ от проектных параметров ЭДК СТТО проявляется через его связь с периодом технического обслуживания $T_{\text{ТО}}$. Приведем соотношения, отражающие данную связь.

В силу наличия относительной прецессии между плоскостями рабочей и опорной орбит стартовые окна, которым соответствуют минимальные затраты характеристической скорости на перелет КАО, следуют с интервалом, равным периоду относительной прецессии $T_{\text{пр}}^{\text{отн}}$. Продолжительность стартового окна мала и определяется допустимым значением дополнительного (к разности наклонений) угла некомпланарности орбит $\gamma_{\text{пр}}^{\text{отн}}: 2\gamma_{\text{пр}}^{\text{отн}}/\omega_{\text{отн}}$; где $\omega_{\text{отн}}$ – угловая скорость относительной прецессии плоскостей орбит. Оценки показывают, что при разумном значении дополнительной некомпланарности продолжительность стартового окна не может превышать 1-2 суток. Траектория движения КАО испытывает заметный прецессионный сдвиг. Угол смещения КАО (плоскости его оскулирующей орбиты) относительно плоскости орбиты ОКЦ будет зависеть от времени перелета и его схемы. Если старт КАО по выбранной плоскости рабочей орбиты состоится в момент совмещения с ней плоскости орбиты ОКЦ, то в конце перелета КАО не попадет в данную плоскость. Это связано с тем, что средняя скорость прецессии КАО выше скорости прецессии рабочей орбиты. Вылет КАО должен осуществляться с упреждением относительно момента совмеще-

ния плоскостей рабочей и опорной орбит. При обратном перелете вылет также должен осуществляться до совмещения указанных плоскостей, поскольку орбита ОКЦ прецессирует быстрее переходной орбиты КАО. По этой же причине первое совмещение плоскостей опорной и рабочей орбит после вылета КАО происходит до его прибытия в плоскость рабочей орбиты. Возвращение на опорную орбиту также происходит уже после первого совмещения этих плоскостей, так как скорость их относительной прецессии всегда выше, чем скорость прецессии переходной орбиты относительно опорной. Если количество плоскостей рабочей орбиты равно числу КАО ($N_{\text{КАО}} = m$), то период ТО не может быть меньше, чем $2T_{\text{пр}}^{\text{отн}}$.

Тогда для периода ТО можно записать:

$$T_{\text{то}} = \tau_{\text{пер}}^{\text{КАО}} + \tau_{\text{ож}}^{\text{ОО}} + \tau_{\text{О}}^{\text{КАО}} + \tau_{\text{ож}}^{\text{РО}} + \tau_{\text{ПАУЗ}}^{\text{КАО}}$$

где $\tau_{\text{ож}}^{\text{ОО}}$, $\tau_{\text{ож}}^{\text{РО}}$ – минимальное время ожидания КАО открытия стартовых окон для прямого (на опорной орбите) и обратного (на рабочей орбите) перелетов; $\tau_{\text{ПАУЗ}}^{\text{КАО}}$ – продолжительность пассивной паузы. Пассивная пауза имеет место в том случае, когда период ТО выбирается больше минимально возможного. Например, оптимальное время перелета может оказаться относительно малым, если ограничения на массовые затраты не являются жесткими, поскольку это снижает время работы ЭРДУ. В то же время оптимальный период ТО, с точки зрения максимизации ВВЗ ЭДК, может оказаться больше, чем минимально достижимый при данных временах перелета. Продолжительность паузы кратна величине $T_{\text{пр}}^{\text{отн}}$, как и период ТО. Время прямого и обратного перелетов КАО находится по известным формулам:

$$\tau_{\text{пер}}^{\text{КАО}} = \frac{W_{\text{ЭРДУ}}^{\text{КАО}}}{\alpha_0^{\text{КАО}}} \left[1 - \exp \left(- \frac{V_X^{\text{П}}}{W_{\text{ЭРДУ}}^{\text{КАО}}} \right) \right]; \quad (24)$$

$$\tau_{\text{О}}^{\text{КАО}} = \frac{W_{\text{ЭРДУ}}^{\text{КАО}}}{(\alpha_0^{\text{КАО}})_{\text{ОП}}} \left[1 - \exp \left(- \frac{V_X^{\text{О}}}{W_{\text{ЭРДУ}}^{\text{КАО}}} \right) \right], \quad (25)$$

где $V_X^{\text{О}}$, $V_X^{\text{П}}$ – затраты характеристической скорости на обратный и прямой перелеты КАО; $\alpha_0^{\text{КАО}}$, $(\alpha_0^{\text{КАО}})_{\text{ОП}}$ – начальные ускорения КАО в прямом и обратном перелетах; $W_{\text{ЭРДУ}}^{\text{КАО}}$ – удельный импульс ЭРДУ КАО.

Поскольку в обратном перелете КАО не транспортирует ПН, а его собственная сухая масса – величина неизменная, начальное ускорение $(\alpha_0^{\text{КАО}})_{\text{ОП}}$ фиксировано. Таким образом,

время обратного перелета – детерминированная величина. Если тяга ЭРДУ не регулируется, то начальное ускорение в прямом перелете $\alpha_0^{\text{КАО}}$ будет случайным, поскольку случайна масса ПН. Тогда и продолжительность прямого перелета случайна, что может означать, во-первых, непостоянство периода ТО, а во-вторых, – серьезные трудности в планировании вылетов КАО. Действительно, стартовые окна открываются за некоторое время до совмещения плоскостей опорной и рабочей орбит – время упреждения $t_{\text{УПР}}^{\text{ПН}}$. Если время перелета случайно, то случайным является и время упреждения. Более того, в процессе ожидания и подготовки вылета КАО это время постоянно меняется (причем скачкообразно), поскольку из-за случайных отказов на борту КА ОГ изменяется масса модуля ПН. Возможна ситуация, когда из-за очередного внезапного отказа на КА ОГ штатный вылет КАО вообще становится невозможным: вылет приходится отложить до следующего стартового окна. Во избежание указанных трудностей необходимо зафиксировать начальное ускорение КАО, а тягу ЭРДУ регулировать в зависимости от массы ПН. Начальное ускорение обратного перелета вычисляется для максимальной тяги ЭРДУ $F_{\text{ЭРДУ}}^{\text{max}}$, поскольку целесообразно сокращать время ее работы:

$$(\alpha_0^{\text{КАО}})_{\text{ОП}} = \frac{F_{\text{ЭРДУ}}^{\text{max}}}{M_{\text{сух}}^{\text{КАО}} + (m_{\text{Т}}^{\text{КАО}})_{\text{ОП}}}, \quad (26)$$

где $(m_{\text{Т}}^{\text{КАО}})_{\text{ОП}}$ – затраты топлива на обратный перелет; $M_{\text{сух}}^{\text{КАО}}$ – «сухая» масса КАО.

Для определения времен ожидания стартовых окон необходимо найти значения прецессионных сдвигов плоскостей переходных орбит КАО за время прямого и обратного перелетов.

Угловая скорость прецессии орбиты радиуса r с наклонением $i_{\text{орб}}$ вычисляется по известной формуле [5]:

$$\Omega = - \frac{\varepsilon_3}{\sqrt{\mu_3}} \frac{\cos i_{\text{орб}}}{r^{7/2}}, \quad (27)$$

где ε_3 – третий коэффициент в разложении гравитационного потенциала Земли в ряд по сферическим функциям; μ_3 – гравитационный параметр Земли.

Тогда угловая скорость относительной прецессии опорной и рабочей орбит:

$$\Omega_{\text{отн}} = - \frac{\varepsilon_3}{\sqrt{\mu_3}} \left(\frac{\cos i_{\text{ОО}}}{r_{\text{ОО}}^{7/2}} - \frac{\cos i_{\text{РО}}}{r_{\text{РО}}^{7/2}} \right),$$

где $r_{OO}, r_{PO}, i_{OO}, i_{PO}$ – радиусы и наклонения опорной и рабочей орбит.

Период относительной прецессии:

$$T_{пр}^{отн} = \frac{2\pi}{\Omega_{отн}}. \quad (28)$$

Траектория полета КАО с СЭРДУ близка к круговой спирали. В пределах одного витка радиус и наклонение можно принять постоянными. Тогда может быть введено понятие мгновенной угловой скорости прецессии оскулирующей орбиты КАО $\Omega_{КАО}(t)$, которая вычисляется по формуле, аналогичной формуле (27). Полные углы сдвига плоскости орбиты КАО за время прямого и обратного перелетов:

$$\Psi_{ПП}^{CM} = - \frac{\varepsilon_3}{\sqrt{\mu_3}} \int_0^{\tau_{пер}^{КАО}} \frac{\cos i_{орб}(t)}{r(t)^{7/2}} dt;$$

$$\Psi_{ОП}^{CM} = - \frac{\varepsilon_3}{\sqrt{\mu_3}} \int_0^{\tau_O^{КАО}} \frac{\cos i_{орб}(t)}{r(t)^{7/2}} dt.$$

Зависимости наклонения и радиуса орбиты от времени $i_{орб}(t)$ и $r(t)$ были найдены через текущие значения затрат характеристической скорости с использованием соотношений, приведенных в работах [6, 7] для задач оптимизации перелетов с малой тягой между круговыми некомпланарными орбитами.

Углы прецессионного сдвига КАО относительно обслуживаемой плоскости рабочей орбиты в прямом перелете и относительно опорной орбиты в обратном перелете были названы углами упреждения $\Psi_{ПП}^{упр}$ и $\Psi_{ОП}^{упр}$, поскольку именно такие углы должны иметь место (при отсчете от плоскости опорной орбиты в направлении ее прецессии) между плоскостями опорной и рабочей орбит перед вылетами КАО:

$$\Psi_{ОП}^{упр} = \Omega_{OO} \tau_O^{КАО} - \Psi_{ОП}^{CM} - 2\pi \operatorname{int} \left(\frac{\Omega_{OO} \tau_O^{КАО} - \Psi_{ОП}^{CM}}{2\pi} \right);$$

$$\Psi_{ПП}^{упр} = \Psi_{ПП}^{CM} - \Omega_{PO} \tau_{пер}^{КАО} - 2\pi \operatorname{int} \left(\frac{\Psi_{ПП}^{CM} - \Omega_{PO} \tau_{пер}^{КАО}}{2\pi} \right), \quad (29)$$

где Ω_{OO}, Ω_{PO} – скорости угловой прецессии опорной и рабочей орбит.

В соотношениях (29) учтено, что интерес представляют только части этих углов, получаемые путем отбрасывания целого числа полных «оборотов» КАО относительно рассматриваемых плоскостей.

Времена упреждения (от момента вылета КАО до ближайшего совмещения плоскостей рабочей и опорной орбит) находятся по формулам:

$$t_{ПП}^{упр} = \frac{\Psi_{ПП}^{упр}}{\Omega_{отн}}; \quad t_{ОП}^{упр} = \frac{\Psi_{ОП}^{упр}}{\Omega_{отн}}.$$

Зная продолжительность перелетов и упреждения, можно отыскать время запаздывания моментов прибытия КАО на рабочую и опорную орбиты по отношению к последнему моменту совмещения плоскостей этих орбит:

$$t_{КАО}^{зап} = \tau_{пер}^{КАО} - t_{ПП}^{упр} - T_{пр}^{отн} \operatorname{int} \left(\frac{\tau_{пер}^{КАО} - t_{ПП}^{упр}}{T_{пр}^{отн}} \right);$$

$$(t_{КАО}^{зап})_{OO} = \tau_O^{КАО} - t_{ОП}^{упр} - T_{пр}^{отн} \operatorname{int} \left(\frac{\tau_O^{КАО} - t_{ОП}^{упр}}{T_{пр}^{отн}} \right).$$

Тогда времена ожидания КАО открытия стартowych окон:

$$\tau_{ОЖ}^{PO} = \begin{cases} T_{пр}^{отн} - t_{КАО}^{зап} - t_{ОП}^{упр}, & \text{при } T_{пр}^{отн} - t_{КАО}^{зап} - t_{ОП}^{упр} \geq t_{\Phi}^{KA} + t_{CT}^{KA} + t_{обсл}^{KA}; \\ 2T_{пр}^{отн} - t_{КАО}^{зап} - t_{ОП}^{упр}, & \text{при } T_{пр}^{отн} - t_{КАО}^{зап} - t_{ОП}^{упр} < t_{\Phi}^{KA} + t_{CT}^{KA} + t_{обсл}^{KA}. \end{cases} \quad (30)$$

$$\tau_{ОЖ}^{OO} = \begin{cases} T_{пр}^{отн} - (t_{КАО}^{зап})_{OO} - t_{ПП}^{упр}, & \text{при } T_{пр}^{отн} - (t_{КАО}^{зап})_{OO} - t_{ПП}^{упр} \geq t_{CT}^{OKЦ} + t_{обсл}^{OKЦ}; \\ 2T_{пр}^{отн} - (t_{КАО}^{зап})_{OO} - t_{ПП}^{упр}, & \text{при } T_{пр}^{отн} - (t_{КАО}^{зап})_{OO} - t_{ПП}^{упр} < t_{CT}^{OKЦ} + t_{обсл}^{OKЦ}, \end{cases} \quad (31)$$

где $t_{CT}^{KA}, t_{обсл}^{KA}, t_{CT}^{OKЦ}, t_{обсл}^{OKЦ}$ – суммарная продолжительность стыковок КАО со всеми КА ОГ, находящимися в одной плоскости рабочей орбиты, суммарное время их обслуживания, а также продолжительности процесса стыковки КАО с ОКЦ и обслуживания на нем соответственно; t_{Φ}^{KA} – суммарное время фазирований орбиты КАО для обслуживания всех КА ОГ, находящихся в одной плоскости рабочей орбиты.

Совокупность соотношений (24)–(26), (28)–(31) позволяет определить минимально

возможный при заданном значении начального ускорения КАО $a_0^{\text{КАО}}$ период ТО и множество возможных значений периода ТО:

$$T_{\text{ТО}}^{\min} = \tau_{\text{пер}}^{\text{КАО}} + \tau_{\text{ож}}^{\text{ОО}} + \tau_{\text{О}}^{\text{КАО}} + \tau_{\text{ож}}^{\text{РО}};$$

$$T_{\text{ТО}} = T_{\text{ТО}}^{\min} + \tau_{\text{пауз}}^{\text{КАО}}; \tau_{\text{пауз}}^{\text{КАО}} = 0; T_{\text{пр}}^{\text{отн}}; 2T_{\text{пр}}^{\text{отн}}; 3T_{\text{пр}}^{\text{отн}}; \dots$$

Выводы

Результатом данной работы является комплекс математических моделей, использование которых позволяет формализовать задачу параметрического синтеза ЭДК СТТО – получить функциональные зависимости вероятности выполнения задачи ЭДК (целевой функции) и суммарных массовых затрат (ограничение задачи) от его проектных параметров.

Предложенные математические модели достаточно универсальны и могут использоваться при оптимизации ЭДК СТТО различной структуры [1, 2, 8, 9], включая сравнительно простые, без орбитального космического центра и многоразовых средств развертывания. Подобные СТТО могут быть созданы в обозримом будущем.

Список литературы

1. Евдокимов Р.А., Чилин Ю.Н. Параметрический синтез энергодвигательного комплекса системы транспортно-технического обеспечения орбитальной группировки КА // Космические исследования. 2013. № 3. Т. 5. С. 250 – 264.

2. Чилин Ю.Н. Основы комплексной оптимизации космических энергодвигательных систем. СПб.: ВИККА им. А. Ф. Можайского, 1998. 255 с.

3. Чилин Ю.Н., Евдокимов Р.А. Комплексное обоснование структуры и параметров энергодвигательной системы КА // Космические исследования. 2001. Т.39 (вып.5). С. 537–549.

4. Тимашев С.В., Кузьмин А.А., Чилин Ю.Н. Оптимизация энергетических систем орбитальных пилотируемых станций. М.: Машиностроение, 1986. 232 с.

5. Полет космических аппаратов: Примеры и задачи: Справочник / Авдеев Ю.Ф., Беляков А.И., Брыков А.В. и др.; Под общ. ред. Титова Г.С. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1990. 272 с.

6. Сафранович В.Ф., Эмдин Л.М. Маршевые двигатели космических аппаратов. Выбор типа и параметров. М.: Машиностроение, 1978. 240 с.

7. Салмин В.В. Оптимизация космических перелетов с малой тягой. М.: Машиностроение, 1987. 208 с.

8. Грибков А.С., Лопота В.А., Легостаев В.П. и др. Электроракетный транспортный аппарат для обеспечения больших грузопотоков в космосе // Известия РАН. Энергетика. 2009. № 2. С. 101–111.

9. Легостаев В.П., Лопота В.А., Синявский В.В. Перспективы и эффективность применения космических ядерно-энергетических установок и ядерных электроракетных двигательных установок // Космическая техника и технологии. 2013. № 1. С.4–16.

Статья поступила в редакцию 26.01.2013 г.